Física I

(Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales)

TEMA 4:

MECÁNICA DEL SÓLIDO RÍGIDO EN MOVIMIENTO PLANO

Parte de las figuras cedidas por W.H. Freeman/Worth, pertenecientes al libro "Física, 4a. Ed.", P.A. Tipler, Ed. Reverté

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Vallès (ETSEIAT)

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR). Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR). Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

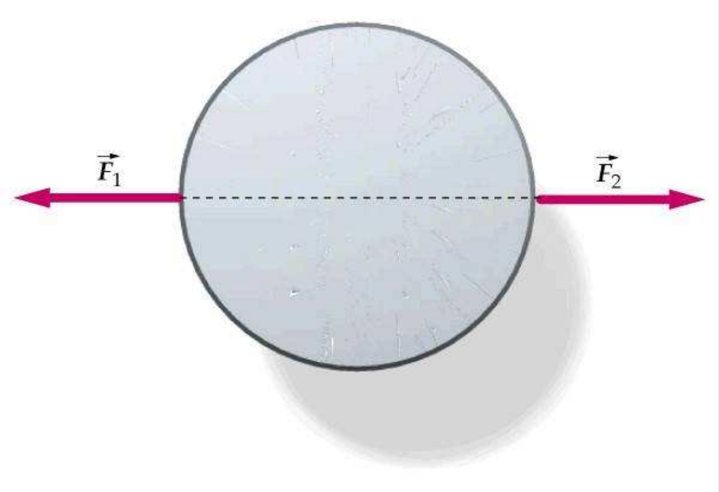
Ejemplo: Par de fuerzas aplicado a un disco

La recta de acción de las fuerzas es importante

8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Ejemplo: Par de fuerzas aplicado a un disco

La recta de acción de las fuerzas es importante

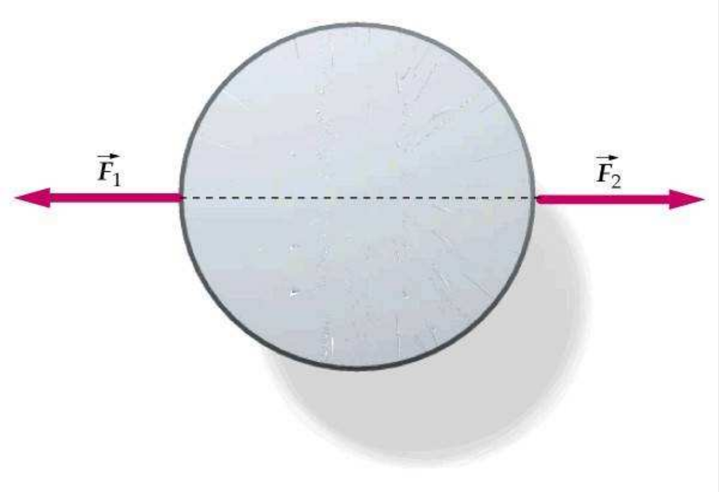


8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Ejemplo: Par de fuerzas aplicado a un disco

La recta de acción de las fuerzas es importante

Está en equilibrio

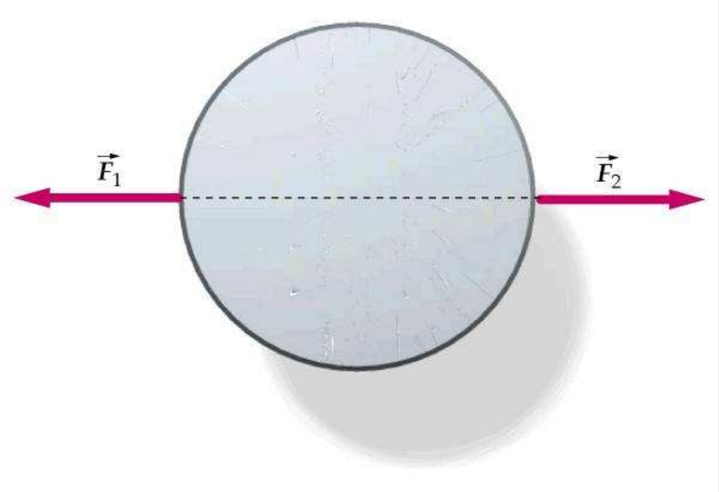


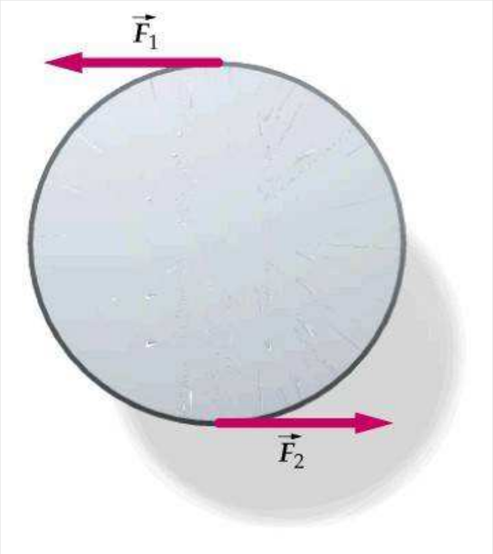
8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Ejemplo: Par de fuerzas aplicado a un disco

La recta de acción de las fuerzas es importante

Está en equilibrio



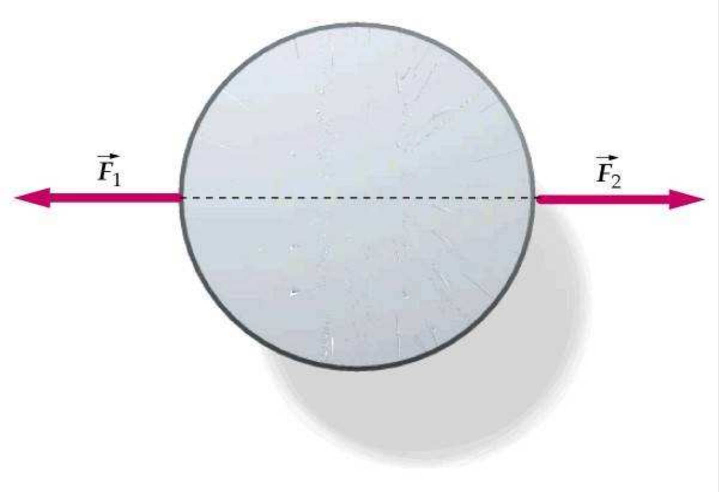


8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

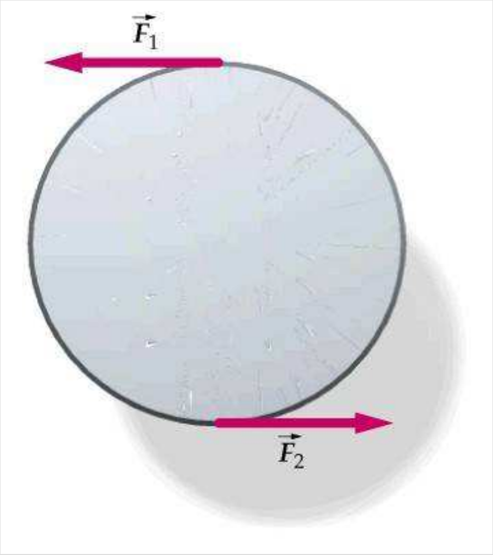
Ejemplo: Par de fuerzas aplicado a un disco

La recta de acción de las fuerzas es importante

Está en equilibrio



No se desplaza pero gira

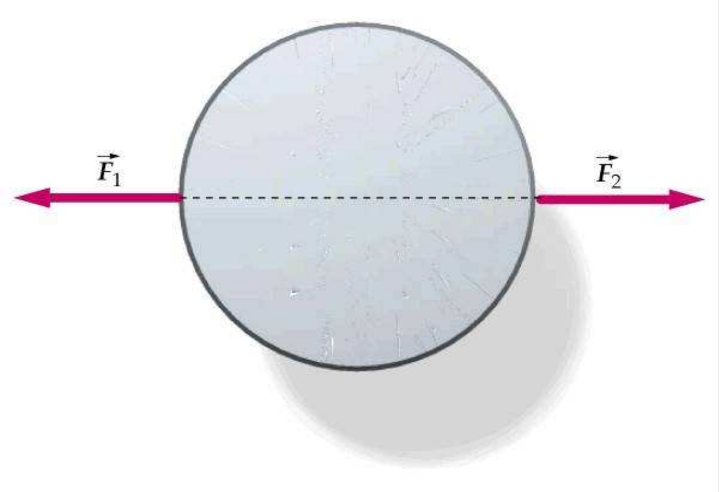


8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

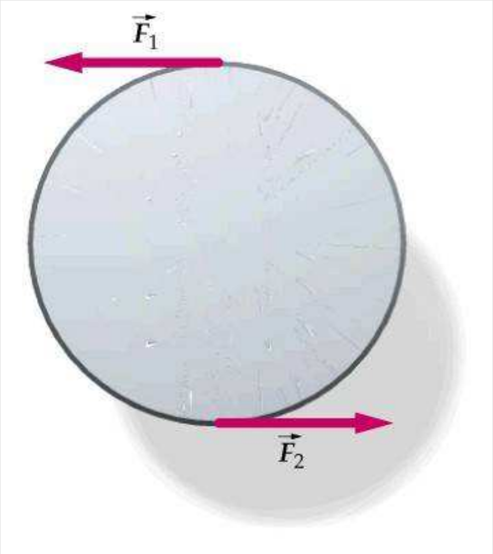
Ejemplo: Par de fuerzas aplicado a un disco

La recta de acción de las fuerzas es importante

Está en equilibrio



No se desplaza pero gira



Vector deslizante => vector libre + recta de aplicación
vector libre asociado + punto de aplicación

8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

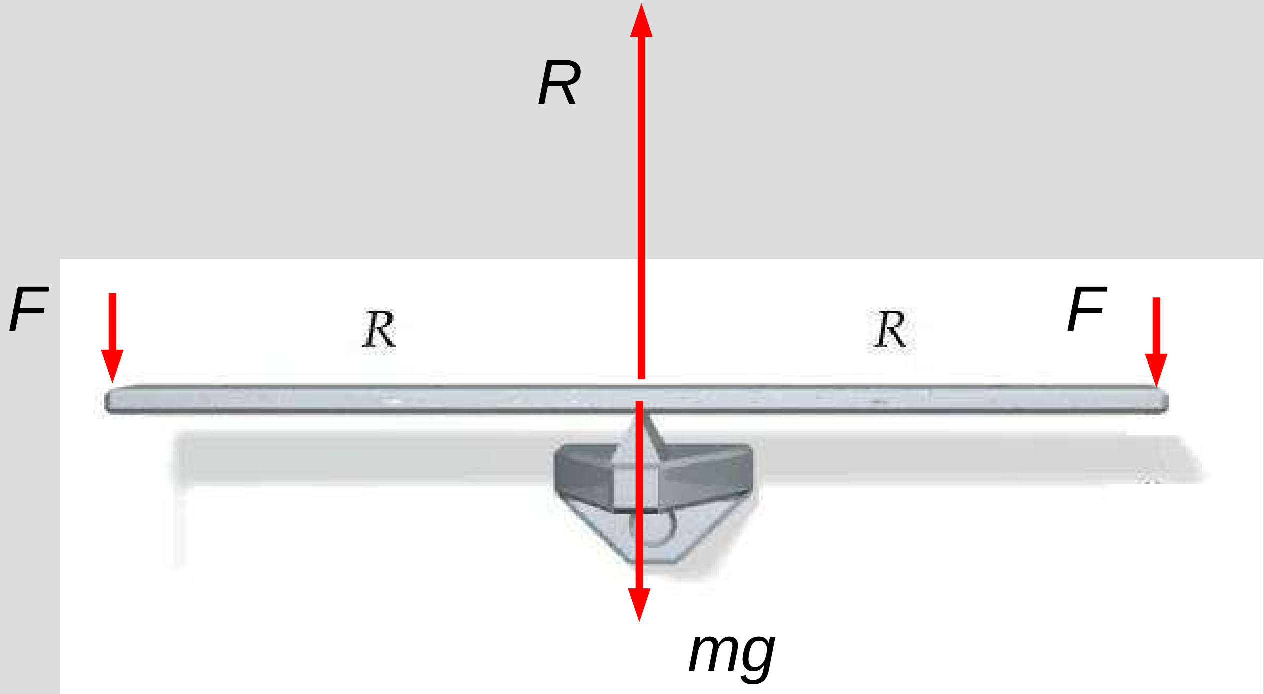
Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra

8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra

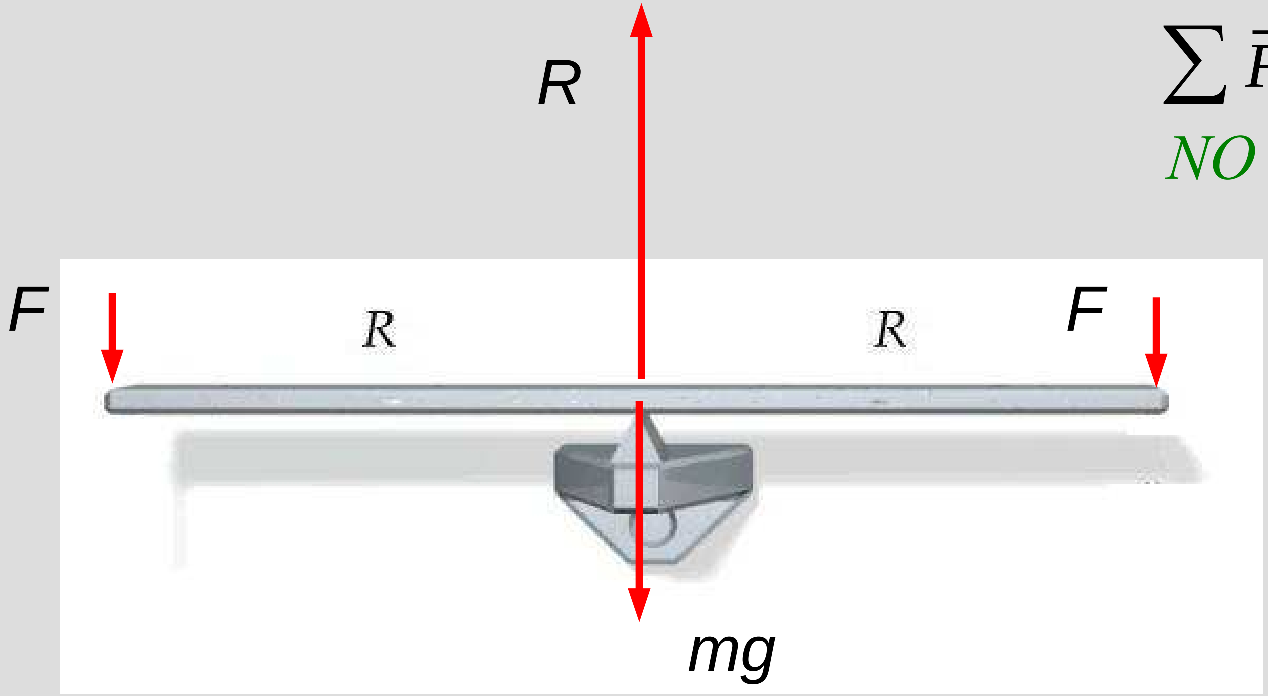
8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra



8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra

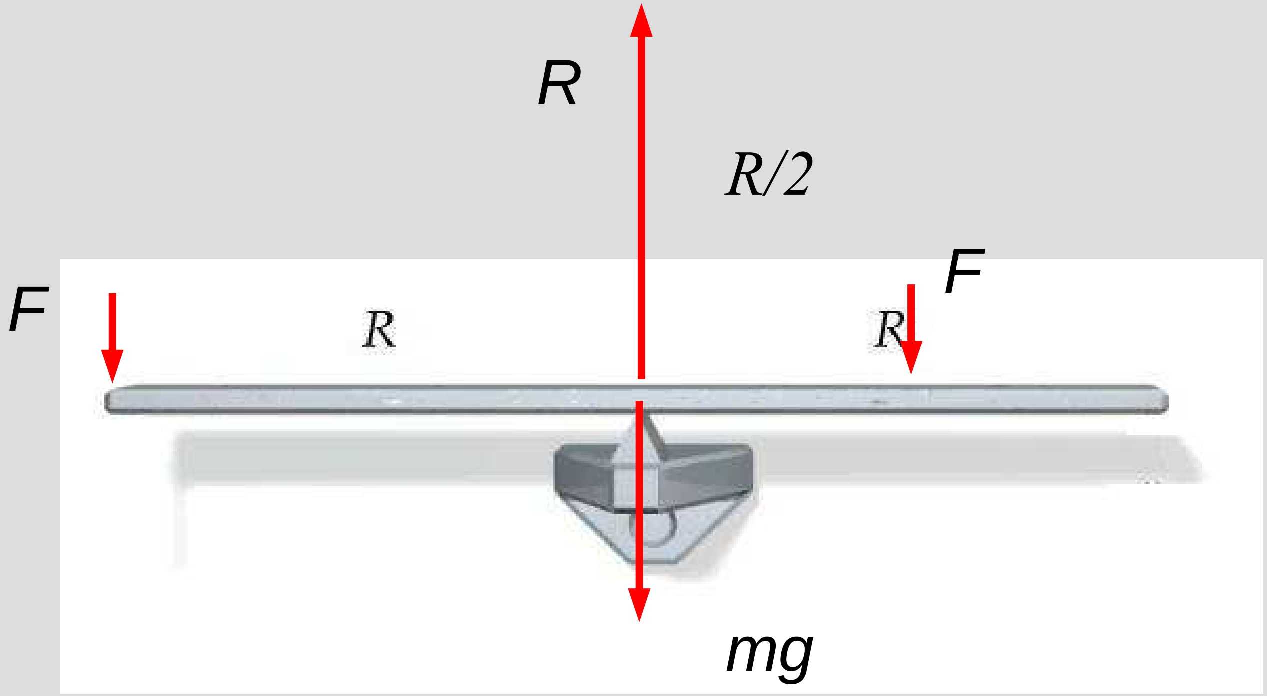


$$\sum \vec{F} = 0$$

NO gira

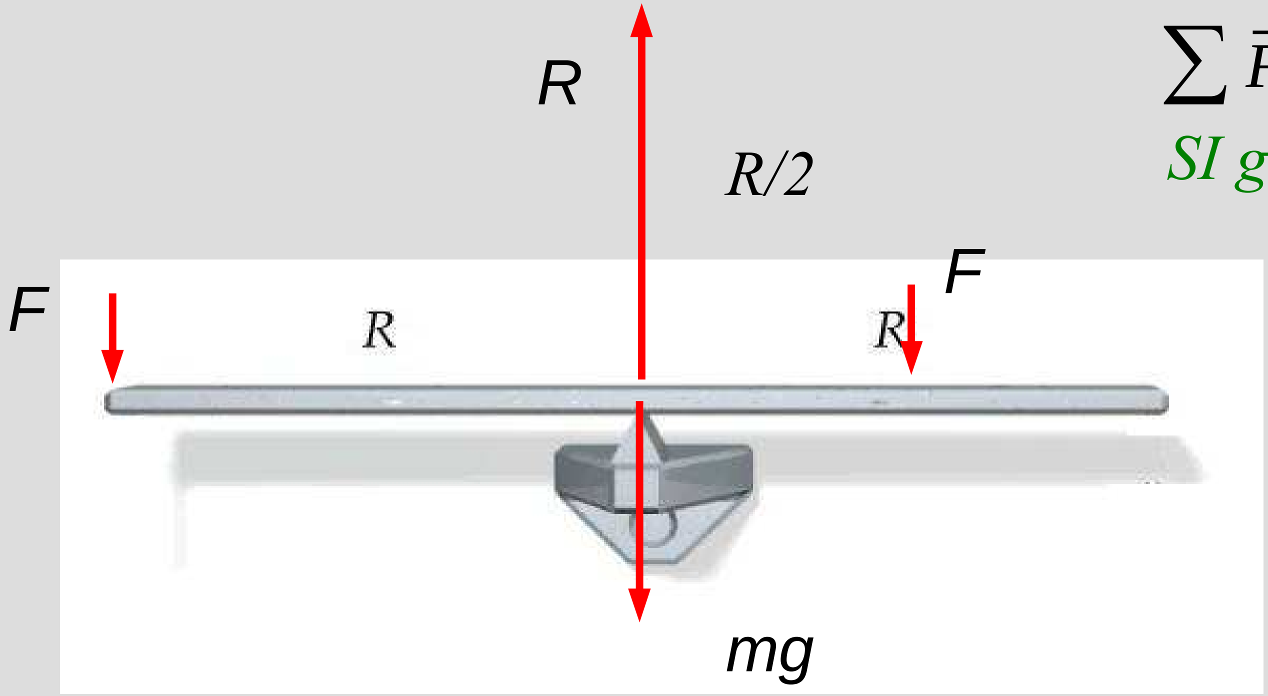
8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra



8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra

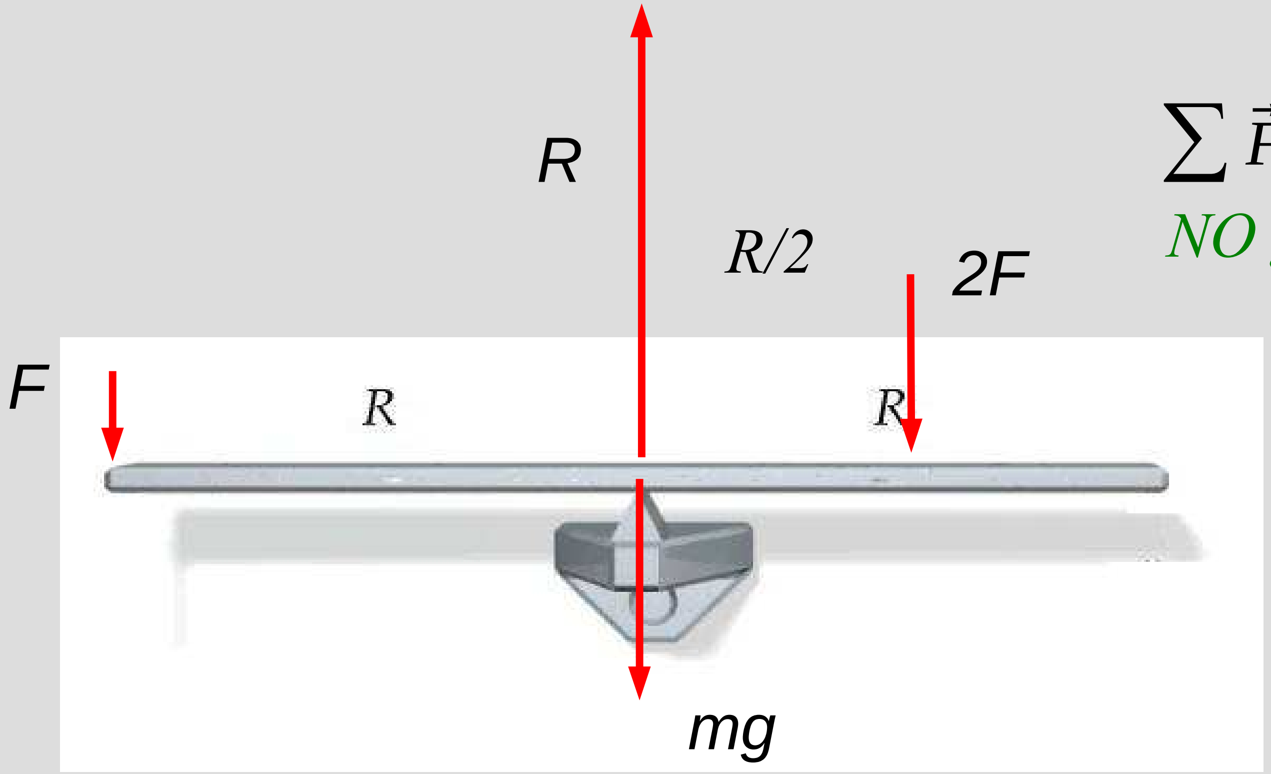


$$\sum \vec{F} = 0$$

SI gira

8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra

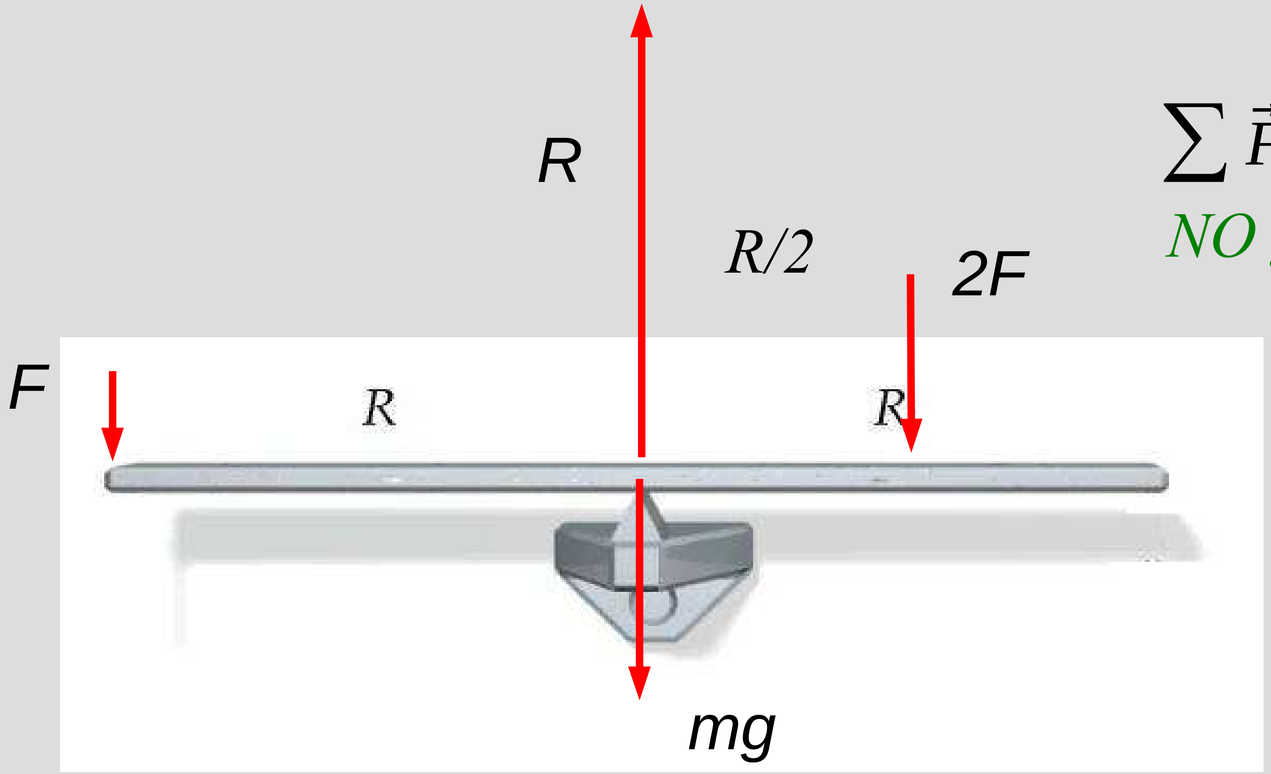


$$\sum \vec{F} = 0$$

NO gira

8.1. Las fuerzas son 'vectores deslizantes'

Pensemos ahora en diferentes fuerzas sobre una barra



$$\sum \vec{F} = 0$$

NO gira

Ver que la magnitud importante es el producto de:

fuerza x distancia => **'Momento de fuerza'**

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR). Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

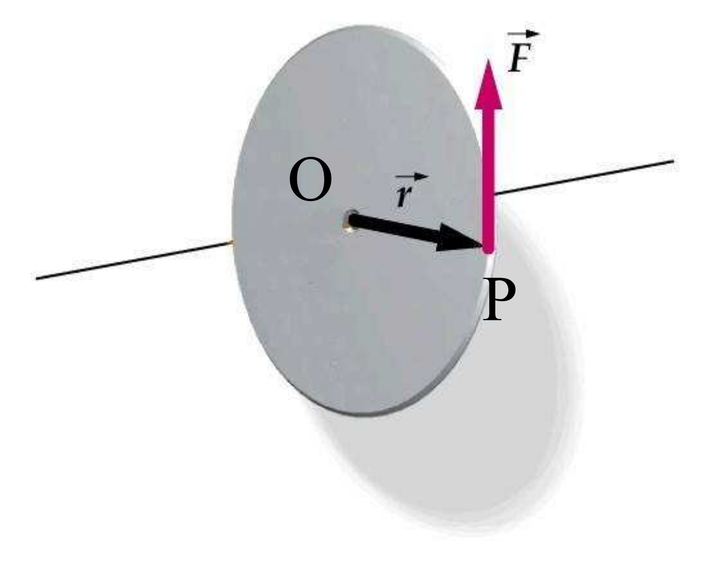
Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

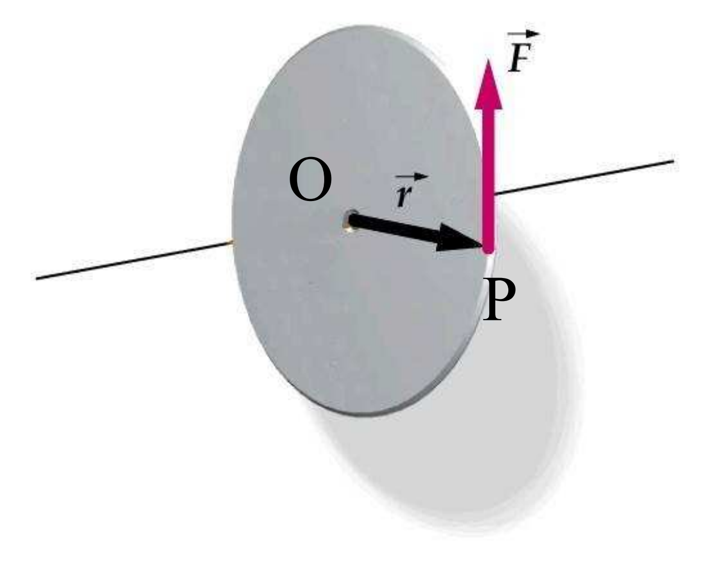
'Momento de un vector deslizante'



8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

'Momento de un vector deslizante'

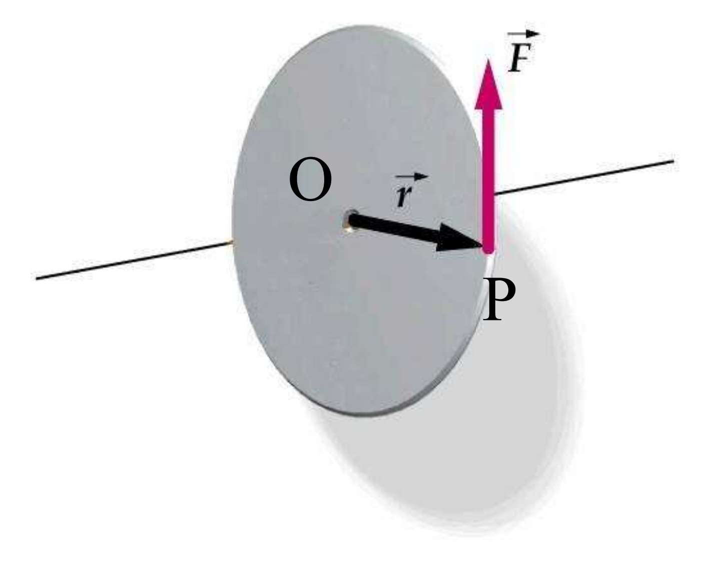


$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{OP} \times \vec{F}}$$

8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

'Momento de un vector deslizante'



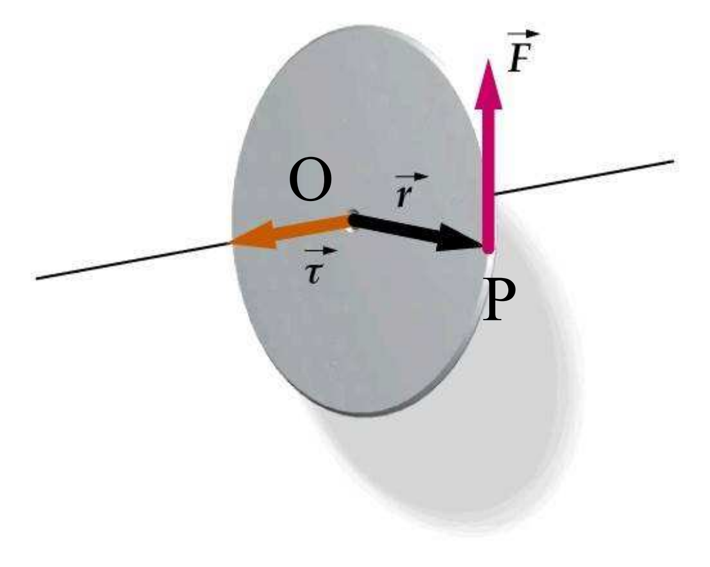
$$\boxed{\vec{\tau}=\vec{M}_O=\vec{r}\times\vec{F}=\vec{OP}\times\vec{F}}$$

- *Es un vector perp. al plano que contiene* $\vec{r}$ *y* $\vec{F}$

8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

'Momento de un vector deslizante'



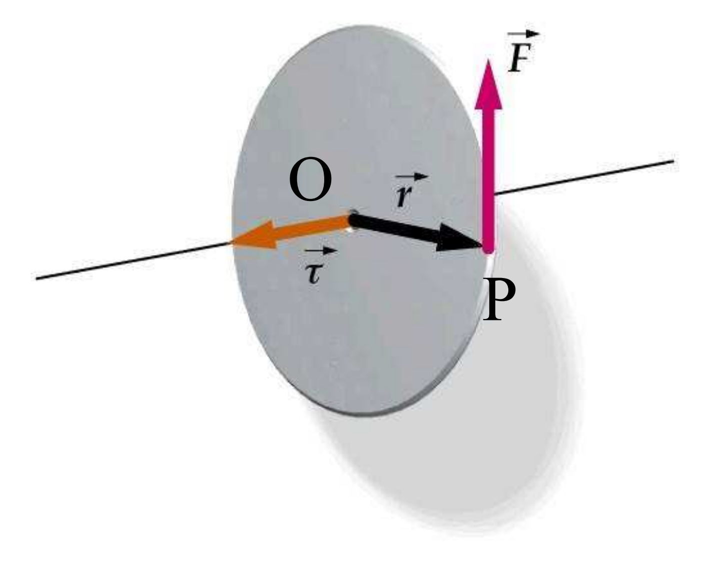
$$\boxed{\vec{\tau}=\vec{M}_O=\vec{r}\times\vec{F}=\vec{OP}\times\vec{F}}$$

- *Es un vector perp. al plano que contiene* $\vec{r}$ *y* $\vec{F}$

8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

'Momento de un vector deslizante'



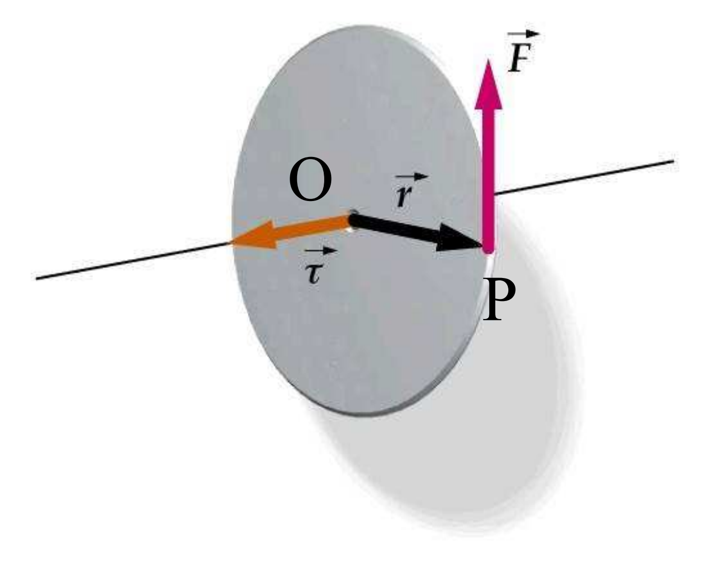
$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{OP} \times \vec{F}}$$

- *Es un vector perp. al plano que contiene* $\vec{r}$ *y* $\vec{F}$
- *Depende del punto* O

8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

'Momento de un vector deslizante'



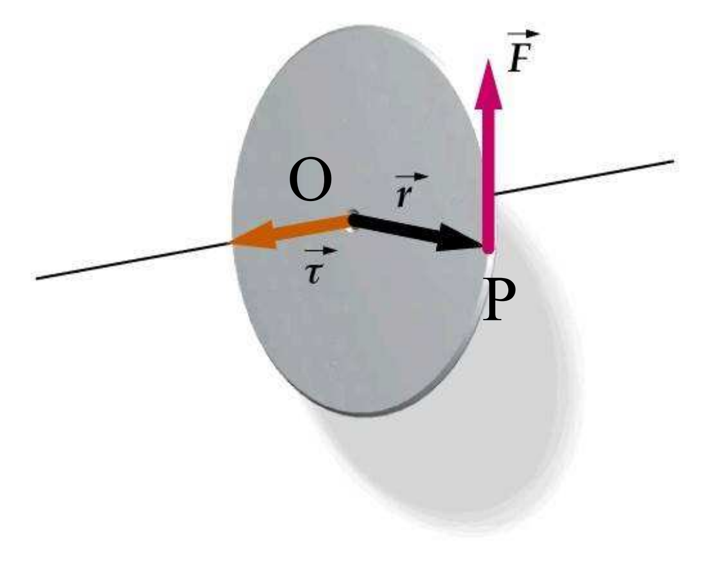
$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{OP} \times \vec{F}}$$

- *Es un vector perp. al plano que contiene* $\vec{r}$ *y* $\vec{F}$
- *Depende del punto* O
- *Representa adecuadamente la 'tendencia a hacer girar' al cuerpo, que hemos discutido anteriormente*

8.2. Momento de una fuerza

Definimos matemáticamente la operación:

'Momento de un vector deslizante'



$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{OP} \times \vec{F}}$$

- *Es un vector perp. al plano que contiene* $\vec{r}$ *y* $\vec{F}$
- *Depende del punto* O
- *Representa adecuadamente la 'tendencia a hacer girar' al cuerpo, que hemos discutido anteriormente*
- *El 'sentido' del momento también es el adecuado*

8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Vallès (ETSEIAT)

8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

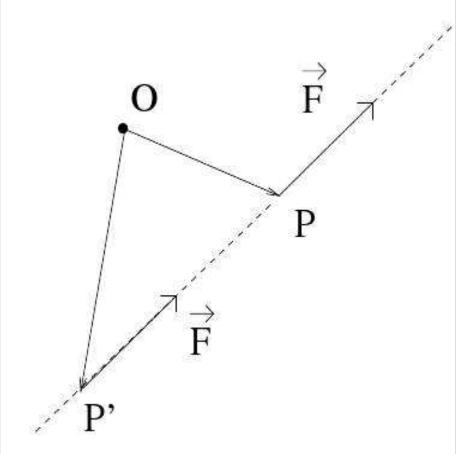
  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes

8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes



8.2. Momento de una fuerza

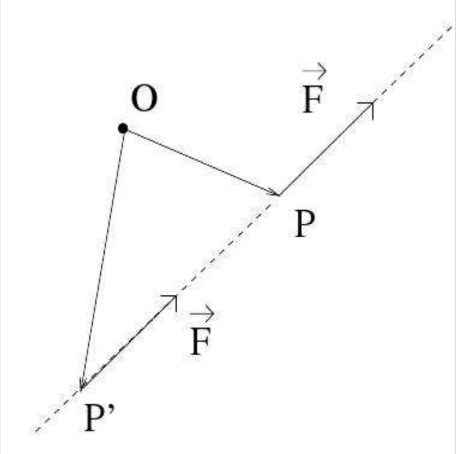
Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes

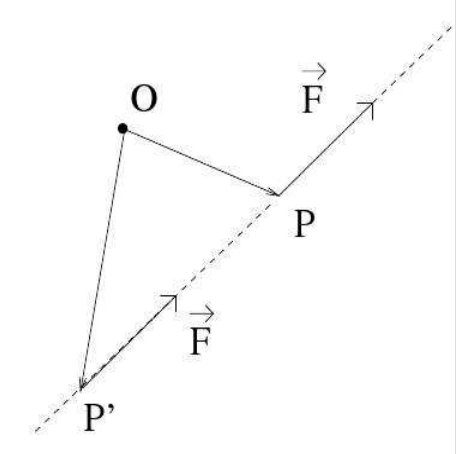
$$\overrightarrow{OP'}\times\vec{F}=\overrightarrow{OP}\times\vec{F}$$

$$\left(indicación,\ demostrar\ \ que:\quad \overrightarrow{OP'}\times\vec{F}-\overrightarrow{OP}\times\vec{F}=0\right)$$



8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**



- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes

$$\overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = \overrightarrow{OP} \times \vec{F}$$

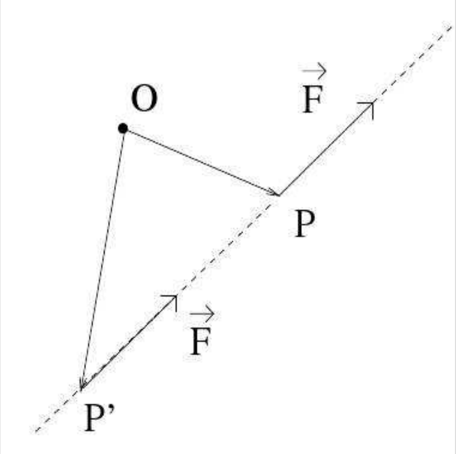
$$\left(indicación, \ demostrar \ que: \quad \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP} \times \vec{F} = 0\right)$$

- $\vec{M}_O$ *si depende del punto* O *respecto del que se calcula:*

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

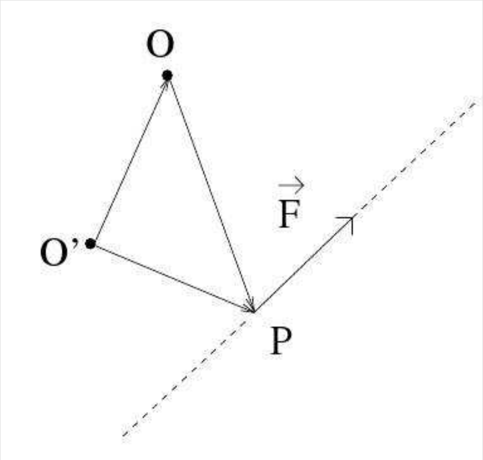
  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes



$$\overrightarrow{OP'}\times\vec{F}=\overrightarrow{OP}\times\vec{F}$$

$$\left(indicación\,,\ demostrar\ \ que:\quad \overrightarrow{OP'}\times\vec{F}-\overrightarrow{OP}\times\vec{F}=0\right)$$

- $\vec{M}_O$ *si depende del punto* O *respecto del que se calcula:*

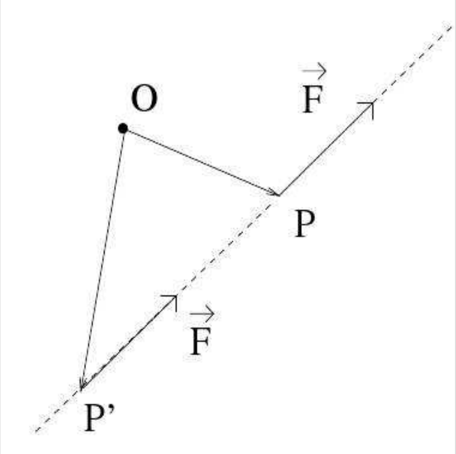


8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

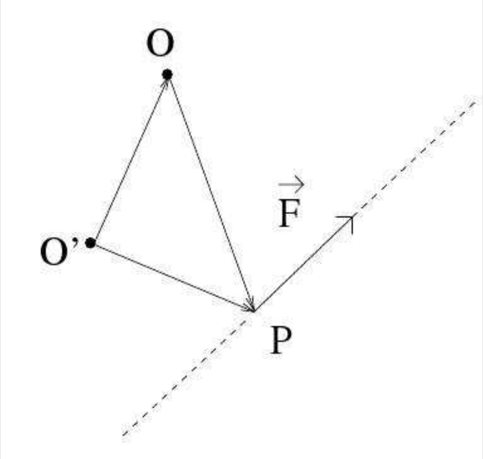
  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes



$$\overrightarrow{OP'}\times\vec{F}=\overrightarrow{OP}\times\vec{F}$$

$$(indicación,\ demostrar\ que:\quad \overrightarrow{OP'}\times\vec{F}-\overrightarrow{OP}\times\vec{F}=0)$$

- $\vec{M}_O$ *si depende del punto* O *respecto del que se calcula:*



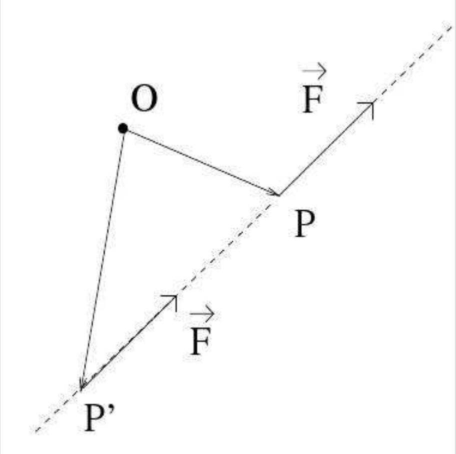
$$\boxed{\vec{M}_{O'}=\vec{M}_O-\vec{OO'}\times\vec{F}}$$

8.2. Momento de una fuerza

Propiedades de la operación **'Momento de un vector'**

- $\vec{M}_O$ *no depende del punto* P *de aplicación del vector deslizante siempre que* P *pertenezca a la recta de aplicación del vector*

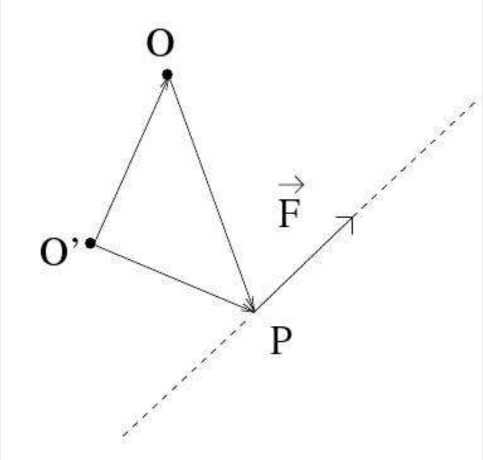
  => es una operación 'válida' para vectores deslizantes



$$\overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = \overrightarrow{OP} \times \vec{F}$$

$$\left(\textit{indicación, demostrar que:} \quad \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP} \times \vec{F} = 0\right)$$

- $\vec{M}_O$ *si depende del punto* O *respecto del que se calcula:*



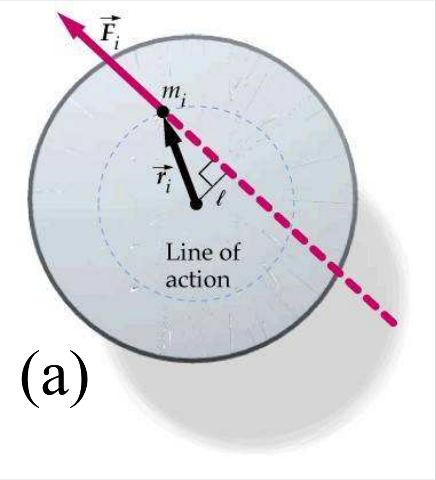
$$\boxed{\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O - \vec{OO'} \times \vec{F}}$$

(Ejercicio: demostrar estas dos propiedades)

8.2. Momento de una fuerza

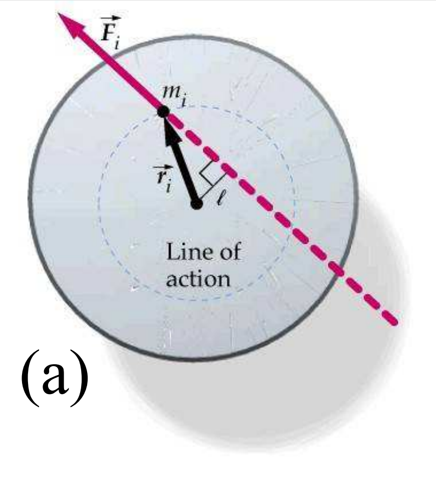
Cálculo de momentos de fuerzas

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$



Cálculo de momentos de fuerzas

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$

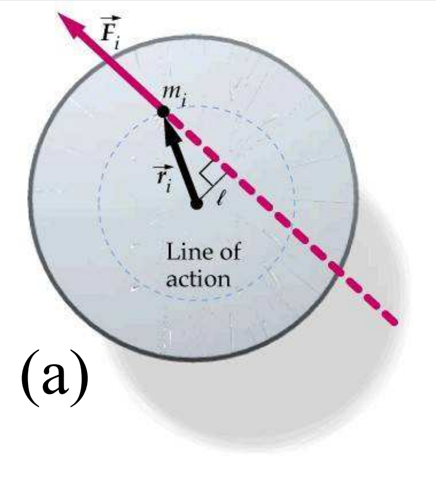


•*En* ***estática plana*** $\vec{M}_O$ *siempre es perpend. al plano que contiene las fuerzas y 'O'*

8.2. Momento de una fuerza

Cálculo de momentos de fuerzas

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$



•*En* ***estática plana*** $\vec{M}_O$ *siempre es perpend. al plano que contiene las fuerzas y 'O'*

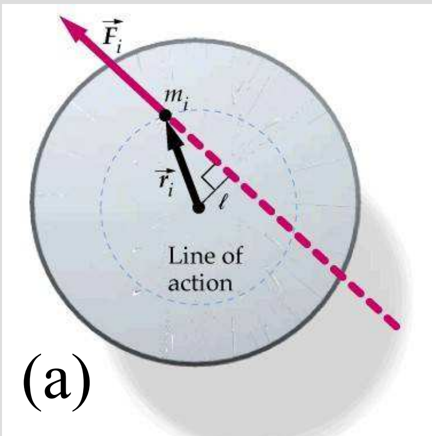
• ***El módulo*** *se puede calcular por:*

(a) $M_O = F \cdot l$

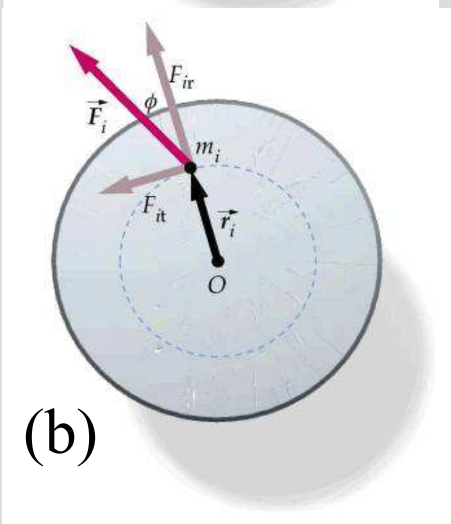
8.2. Momento de una fuerza

Cálculo de momentos de fuerzas

$$\boxed{\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}}$$



(a)



(b)

- *En* ***estática plana*** $\vec{M}_O$ *siempre es perpend. al plano que contiene las fuerzas y 'O'*

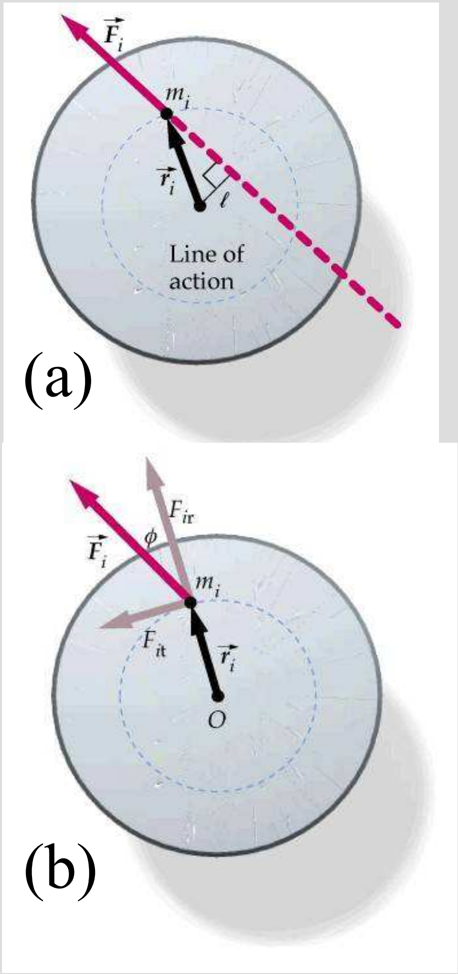
- ***El módulo*** *se puede calcular por:*

(a) $M_O = F \cdot l$

8.2. Momento de una fuerza

Cálculo de momentos de fuerzas

$$\boxed{\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}}$$



- *En* ***estática plana*** $\vec{M}_O$ *siempre es perpend. al plano que contiene las fuerzas y 'O'*

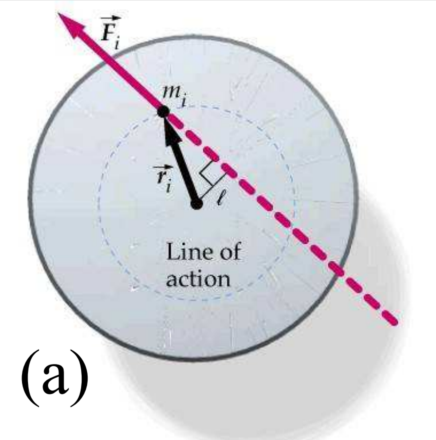
- ***El módulo*** *se puede calcular por:*

(a) $M_O = F \cdot l$ (b) $M_O = F_t \cdot r$

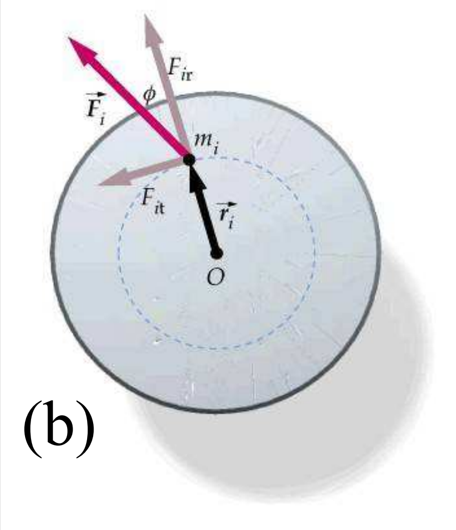
8.2. Momento de una fuerza

Cálculo de momentos de fuerzas

$$\boxed{\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}}$$



(a)



(b)

- *En* ***estática plana*** $\vec{M}_O$ *siempre es perpend. al plano que contiene las fuerzas y 'O'*

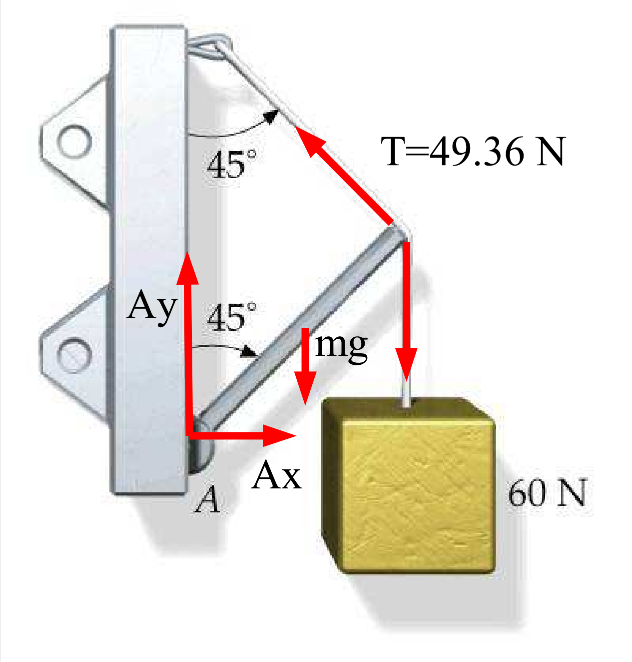
- ***El módulo*** *se puede calcular por:*

  (a) $M_O = F \cdot l$ (b) $M_O = F_t \cdot r$

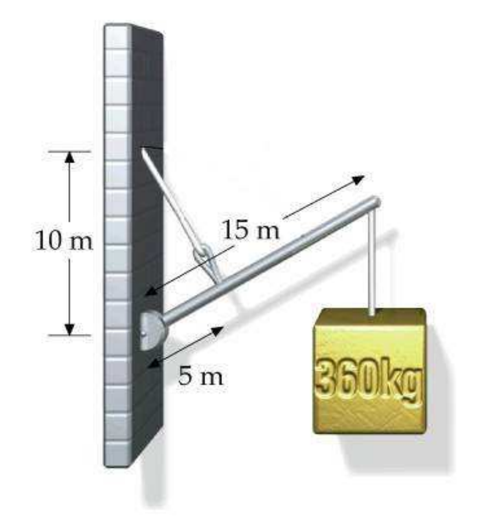
- ***El sentido*** *se puede obtener mirando 'como giraría' el cuerpo y aplicando la regla del tornillo.*

8.2. Momento de una fuerza

Ejercicio 8.1: Calcula la suma de momentos respecto del punto A para la barra mostrada en la figura, de 2kg de masa y 1m de longitud.



Solución: $M_A \approx 0$



Ejercicio 8.2: La barra mostrada en la figura tiene una masa de 100kg y 15m de longitud. Calcular la suma de momentos respecto del extremo articulado a la pared si el cable que la une a la pared es perpendicular a la barra y esta sometido a una tensión de 10.44kN.

Solución: $M \approx 0$

('Laboratorio virtual': http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/palanca/palanca.htm)

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR).
Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

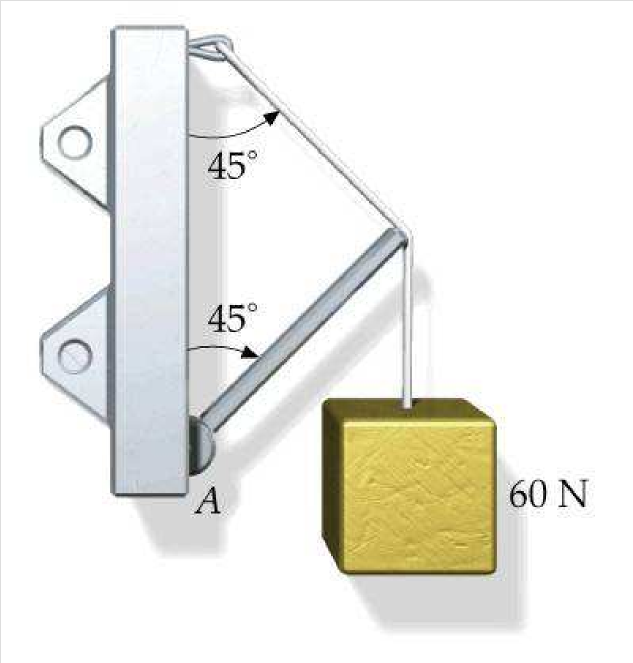
8.3. Sistemas de Fuerzas

Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas

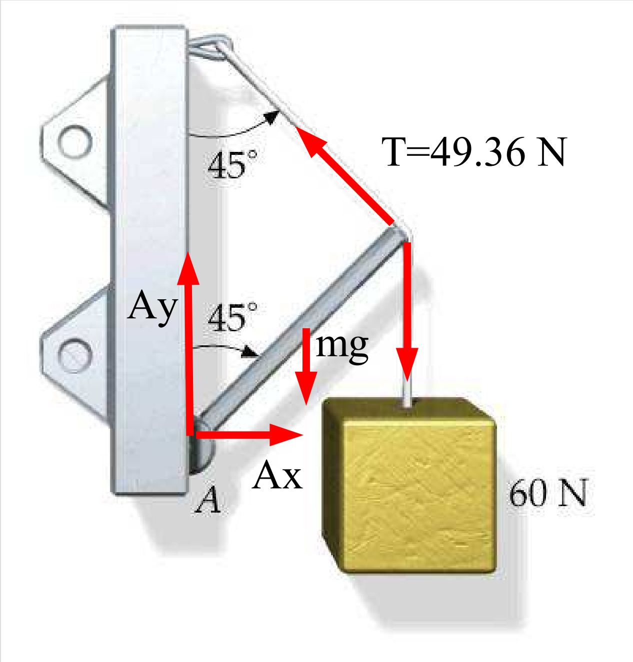
Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas



Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas

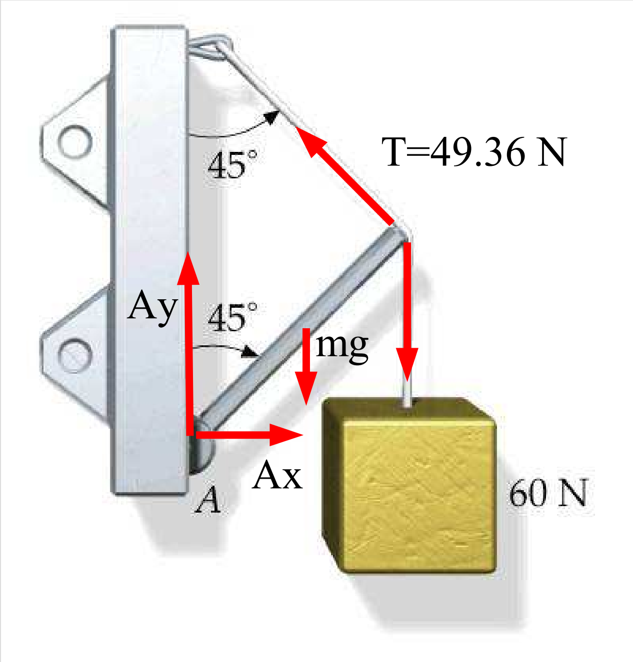


Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas

El conjunto de las fuerzas forman un

Sistema de vectores deslizantes



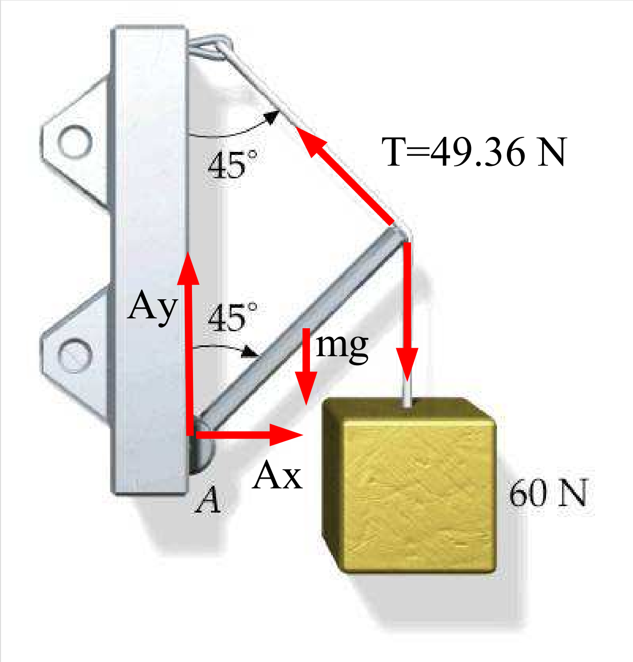
Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas

El conjunto de las fuerzas forman un

Sistema de vectores deslizantes

$$[\vec{F}_i, P_i]$$



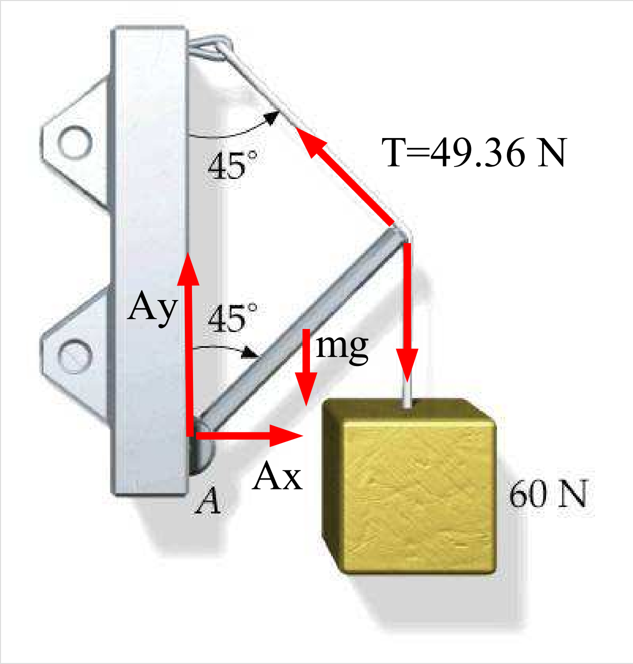
Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas

El conjunto de las fuerzas forman un

Sistema de vectores deslizantes

$$\Rightarrow \quad [\vec{F}_i, P_i]$$



Definimos:

Resultante del sistema:

$$\boxed{\vec{R} = \sum \vec{F}_i}$$

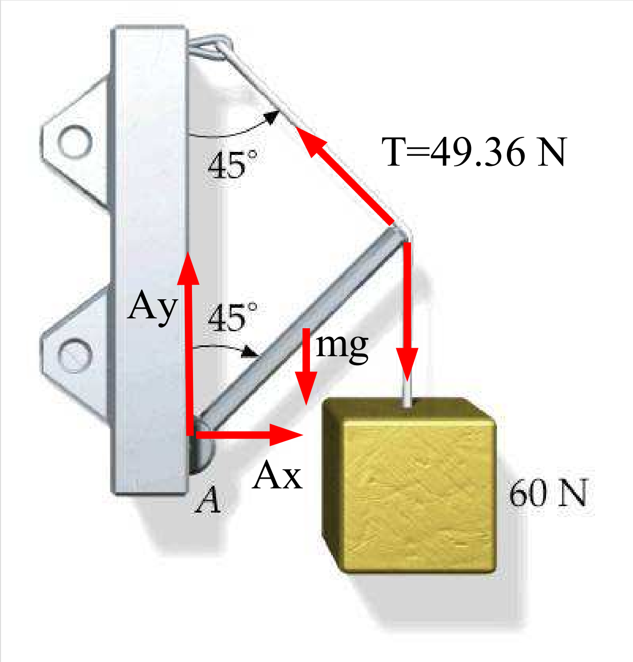
8.3. Sistemas de Fuerzas

Sistemas de Fuerzas

Normalmente sobre un SR actúan varias fuerzas

El conjunto de las fuerzas forman un

Sistema de vectores deslizantes $\Rightarrow$ $[\vec{F}_i, P_i]$



Definimos:

Resultante del sistema:

$$\boxed{\vec{R} = \sum \vec{F}_i}$$

Momento resultante:

$$\boxed{\vec{M}_O = \sum \vec{M}_{Oi} = \sum \vec{OP}_i \times \vec{F}_i}$$

8.3. Sistemas de Fuerzas

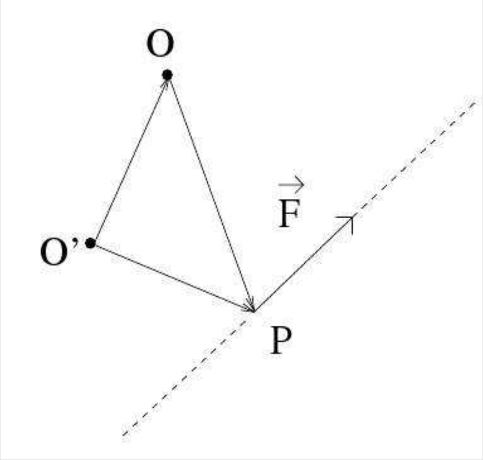
Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

8.3. Sistemas de Fuerzas

Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

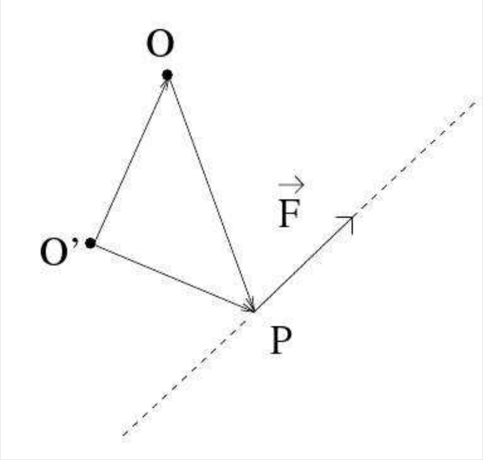


8.3. Sistemas de Fuerzas

Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

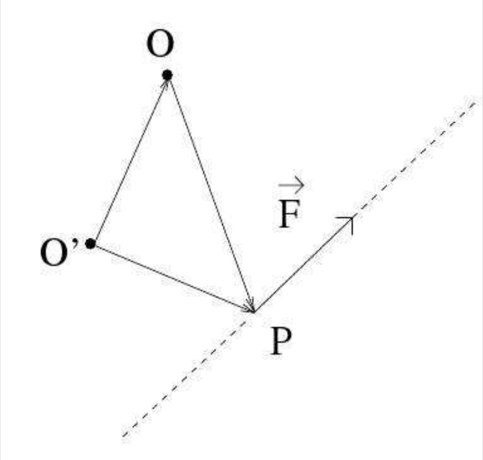
$$\vec{M}_{O'} = \sum \overrightarrow{O'P}_i \times \vec{F}_i$$



Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

$$\vec{M}_{O'} = \sum \overrightarrow{O'P}_i \times \vec{F}_i = \sum \left(\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OP}_i \right) \times \vec{F}_i$$

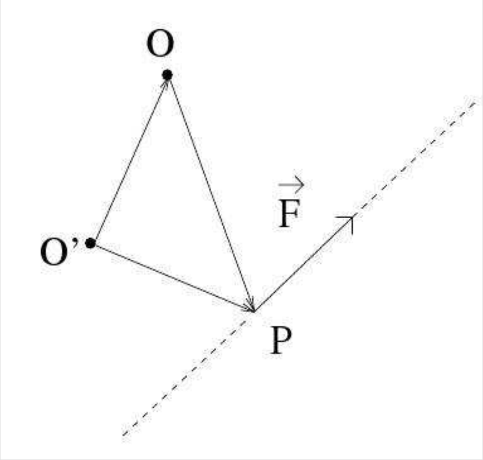


Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

$$\vec{M}_{O'} = \sum \overrightarrow{O'P}_i \times \vec{F}_i = \sum (\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OP}_i) \times \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{O'} = \sum \overrightarrow{OP}_i \times \vec{F}_i + \sum \overrightarrow{O'O} \times \vec{F}_i$$

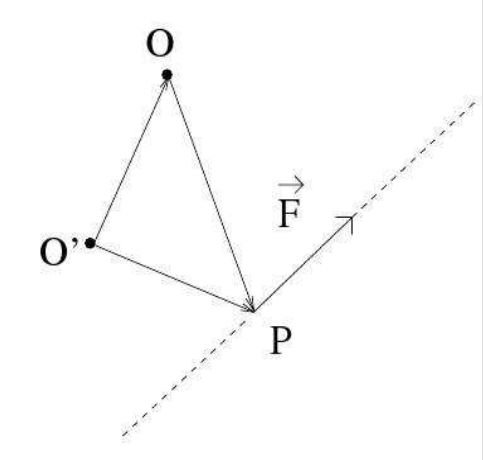


Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

$$\vec{M}_{O'} = \sum \overrightarrow{O'P}_i \times \vec{F}_i = \sum \left(\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OP}_i\right) \times \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{O'} = \underbrace{\sum \overrightarrow{OP}_i \times \vec{F}_i}_{\vec{M}_O} + \sum \overrightarrow{O'O} \times \vec{F}_i$$

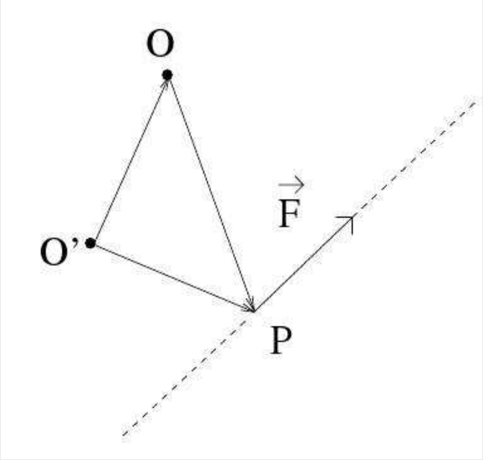


Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

$$\vec{M}_{O'}=\sum \overrightarrow{O'P}_i\times\vec{F}_i=\sum\left(\overrightarrow{O'O}+\overrightarrow{OP}_i\right)\times\vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{O'}=\underbrace{\sum \overrightarrow{OP}_i\times\vec{F}_i}_{\vec{M}_O}+\underbrace{\sum \overrightarrow{O'O}\times\vec{F}_i}_{\overrightarrow{O'O}\times\left(\sum\vec{F}_i\right)}$$

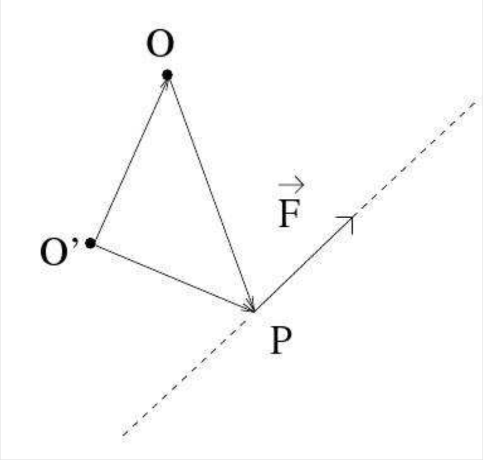


Cambio de punto de reducción

El momento resultante del sistema depende del punto O respecto del que se calcula:

$$\vec{M}_{O'} = \sum \overrightarrow{O'P}_i \times \vec{F}_i = \sum \left(\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OP}_i\right) \times \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{O'} = \underbrace{\sum \overrightarrow{OP}_i \times \vec{F}_i}_{\vec{M}_O} + \underbrace{\sum \overrightarrow{O'O} \times \vec{F}_i}_{\overrightarrow{O'O} \times \left(\sum \vec{F}_i\right)}$$



$$\boxed{\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + \overrightarrow{O'O} \times \vec{R}}$$

Relación entre $\vec{M}_O$ y $\vec{M}_{O'}$

8.3. Sistemas de Fuerzas

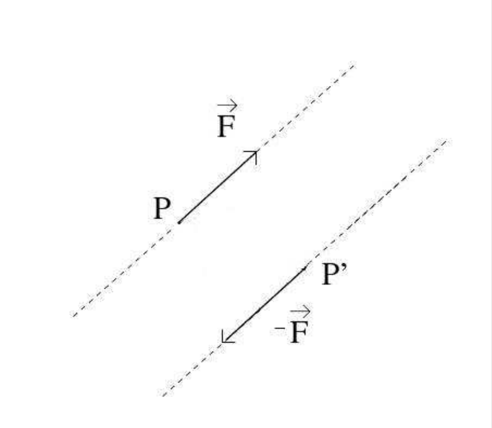
Par de vectores

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

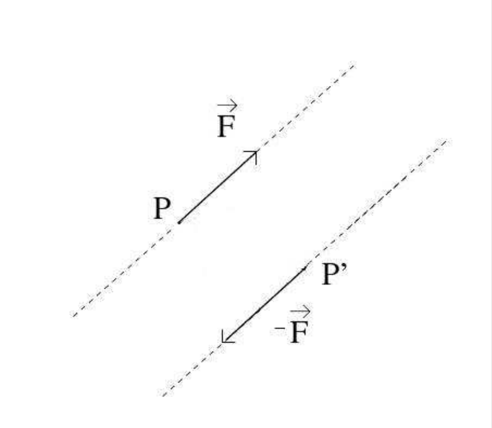


8.3. Sistemas de Fuerzas

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*

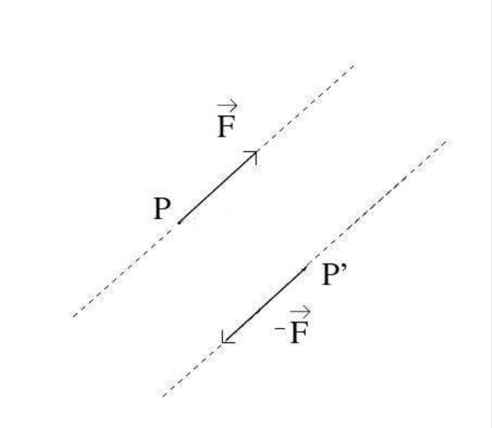


8.3. Sistemas de Fuerzas

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

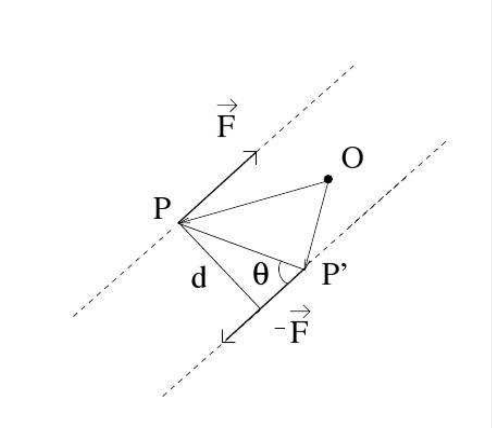


8.3. Sistemas de Fuerzas

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*



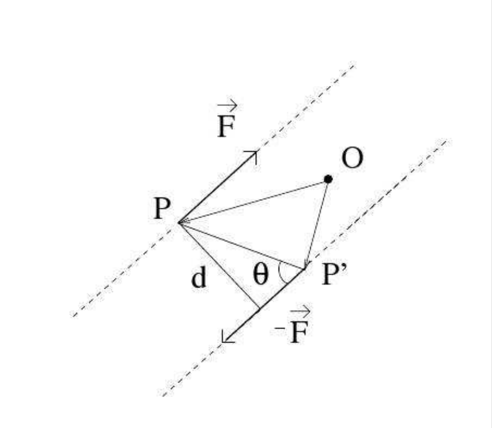
8.3. Sistemas de Fuerzas

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F}$$



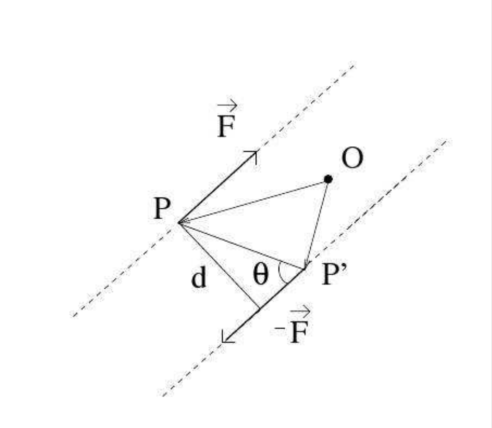
8.3. Sistemas de Fuerzas

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}) \times \vec{F}$$



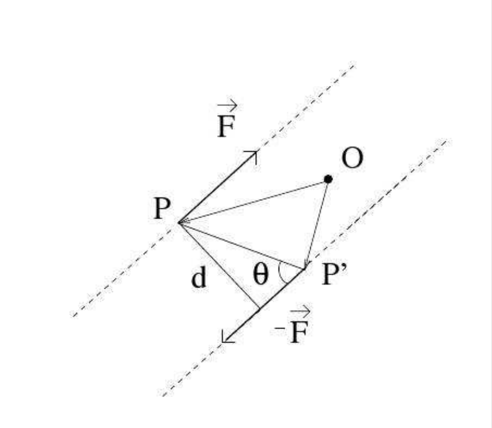
8.3. Sistemas de Fuerzas

Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}) \times \vec{F} = \overrightarrow{P'P} \times \vec{F}$$



8.3. Sistemas de Fuerzas

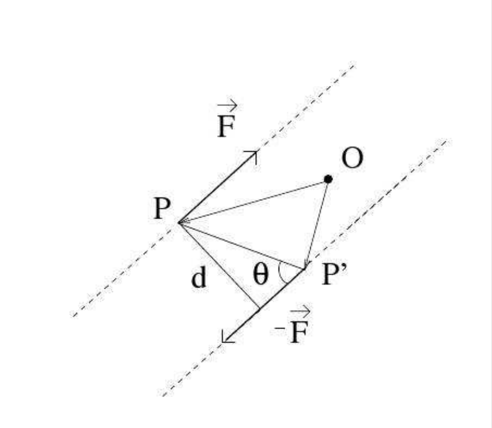
Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}) \times \vec{F} = \overrightarrow{P'P} \times \vec{F}$$

Independiente de O



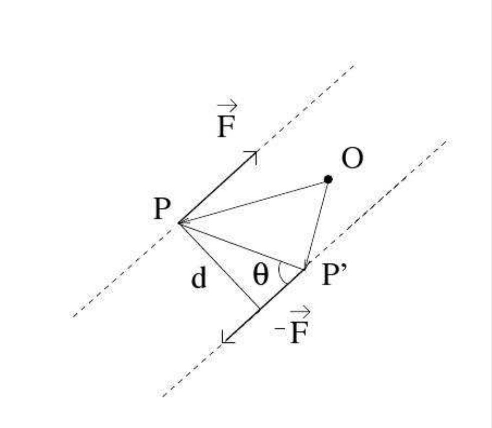
Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}) \times \vec{F} = \overrightarrow{P'P} \times \vec{F}$$

Independiente de O



Es fácil calcular M_{par}

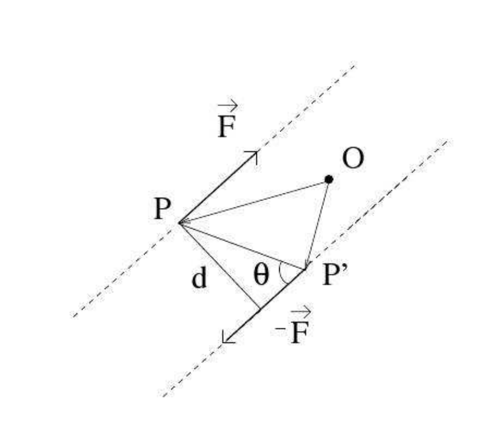
Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}) \times \vec{F} = \overrightarrow{P'P} \times \vec{F}$$

Independiente de O



Es fácil calcular M_{par}

$$\boxed{M_{par} = F \cdot d \neq 0}$$

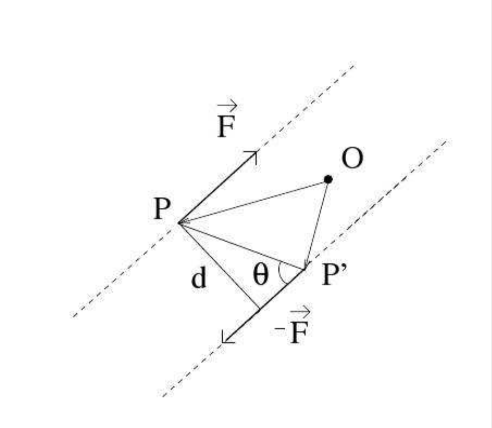
Par de vectores

Es el sistema formado por dos vectores de igual módulo, de rectas de aplicación paralelas entre sí y de sentidos opuestos

- *La resultante del par es cero*
- *El momento resultante del par es independiente del punto de reducción:*

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} - \overrightarrow{OP'} \times \vec{F} = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}) \times \vec{F} = \overrightarrow{P'P} \times \vec{F}$$

Independiente de O



Es fácil calcular M_{par}

$$\boxed{M_{par} = F \cdot d \neq 0}$$

Ver que un par de fuerzas, en el que la resultante es cero y el momento resultante diferente de cero, produce rotación pero no traslación.

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR).
Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

8.4. Reducción de sistemas de fuerzas

Para un sistema de fuerzas se cumple:

8.4. Reducción de sistemas de fuerzas

Para un sistema de fuerzas se cumple:

- *Dos sistemas de fuerzas son equivalentes si tienen la misma resultante y el mismo momento resultante respecto de algún punto* => *Producen el mismo movimiento.*

8.4. Reducción de sistemas de fuerzas

Para un sistema de fuerzas se cumple:

- *Dos sistemas de fuerzas son equivalentes si tienen la misma resultante y el mismo momento resultante respecto de algún punto* => *Producen el mismo movimiento.*

- *Todo sistema de fuerzas se puede reducir a un sistema formado por tres vectores* *(un par y la resultante del sistema)*

8.4. Reducción de sistemas de fuerzas

Para un sistema de fuerzas se cumple:

- *Dos sistemas de fuerzas son equivalentes si tienen la misma resultante y el mismo momento resultante respecto de algún punto* => *Producen el mismo movimiento.*

- *Todo sistema de fuerzas se puede reducir a un sistema formado por tres vectores (un par y la resultante del sistema)*

- *En la práctica podremos reducir sistemas de fuerzas sumando fuerzas aplicadas en el mismo punto o descomponiendo otras en sus componentes*
*(**ejemplo:** sumar N y Fr reduciendo el sistema en una fuerza)*

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR).
Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

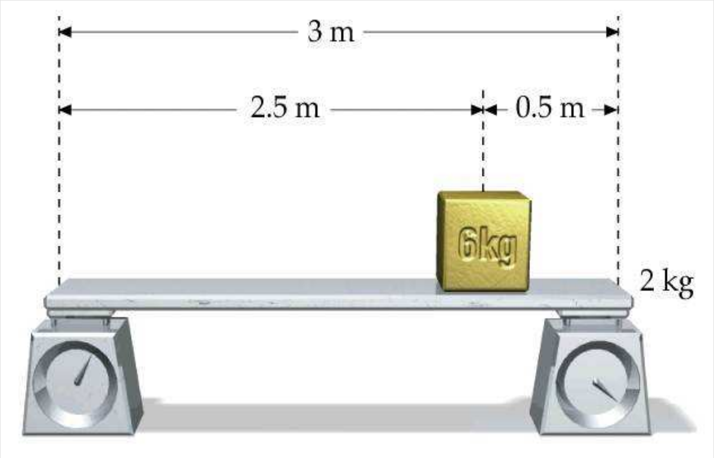
8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

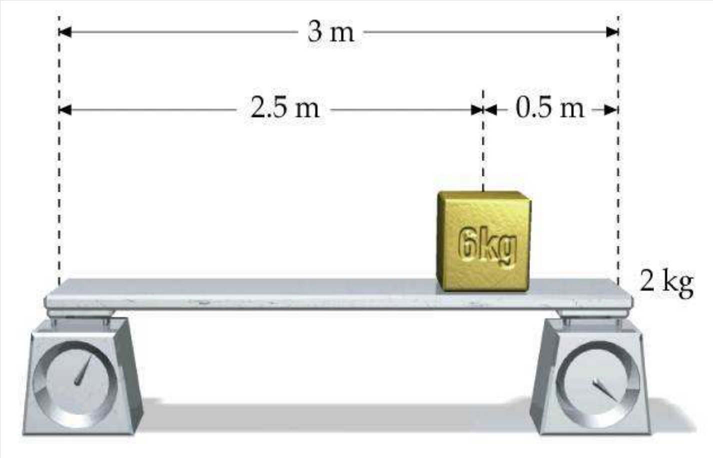
8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Equilibrio mecánico:



8.5. Condiciones de equilibrio del SR

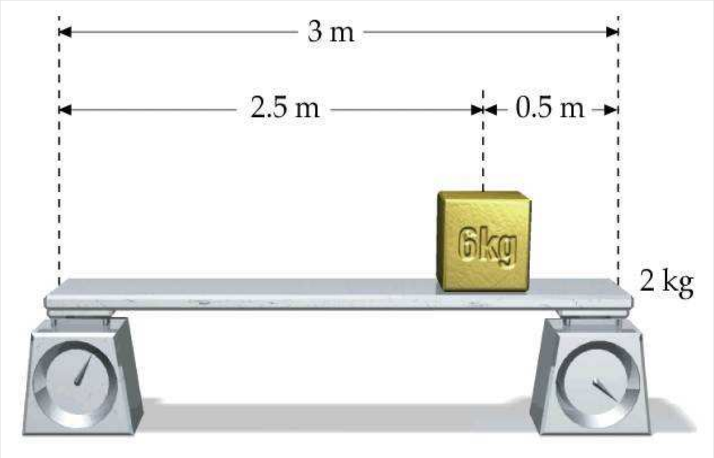
Equilibrio mecánico: *Diremos que un sólido rígido se encuentra en equilibrio mecánico si no experimenta ninguna aceleración, ni de traslación ni de rotación, en el tiempo.*



8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Equilibrio mecánico: *Diremos que un sólido rígido se encuentra en equilibrio mecánico si no experimenta ninguna aceleración, ni de traslación ni de rotación, en el tiempo.*

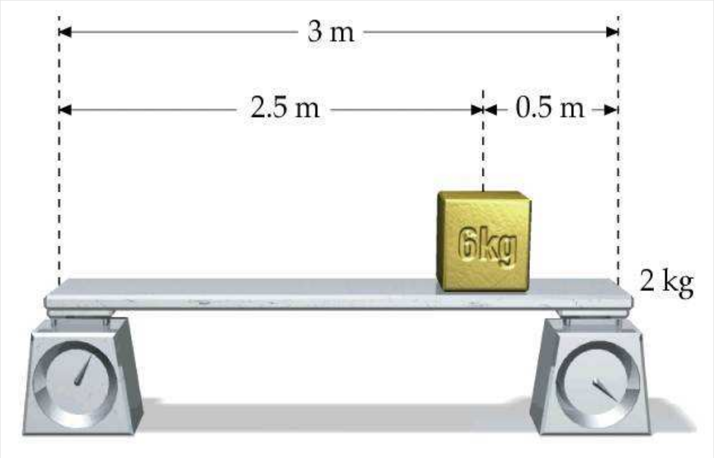
Condición de equilibrio del SR:



8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Equilibrio mecánico: *Diremos que un sólido rígido se encuentra en equilibrio mecánico si no experimenta ninguna aceleración, ni de traslación ni de rotación, en el tiempo.*

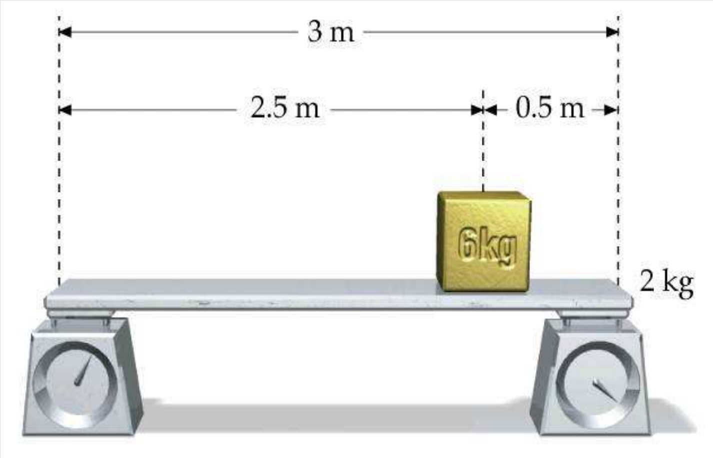
Condición de equilibrio del SR: *La condición de equilibrio para un SR es que la suma de fuerzas que actúan sobre él sea cero (evita la traslación) y que la suma de momentos respecto de algún punto sea también nula (evita la rotación).*



8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Equilibrio mecánico: *Diremos que un sólido rígido se encuentra en equilibrio mecánico si no experimenta ninguna aceleración, ni de traslación ni de rotación, en el tiempo.*

Condición de equilibrio del SR: *La condición de equilibrio para un SR es que la suma de fuerzas que actúan sobre él sea cero (evita la traslación) y que la suma de momentos respecto de algún punto sea también nula (evita la rotación).*



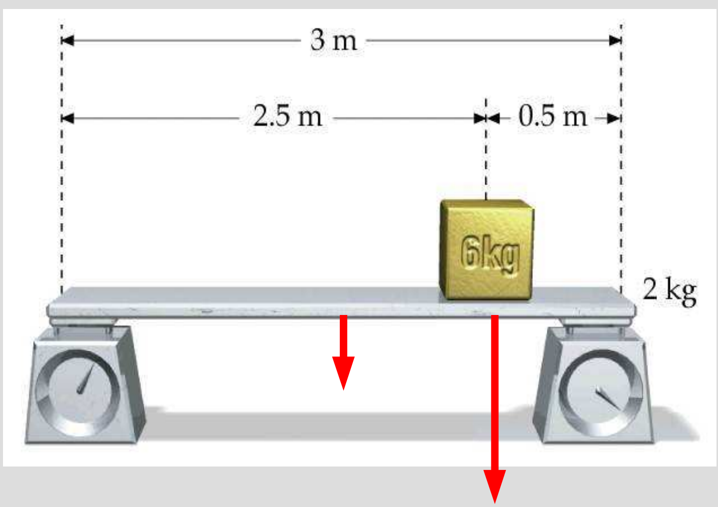
Condición de equilibrio para un SR

$$\boxed{\begin{array}{c}\sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{M} = 0\end{array}}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Equilibrio mecánico: *Diremos que un sólido rígido se encuentra en equilibrio mecánico si no experimenta ninguna aceleración, ni de traslación ni de rotación, en el tiempo.*

Condición de equilibrio del SR: *La condición de equilibrio para un SR es que la suma de fuerzas que actúan sobre él sea cero (evita la traslación) y que la suma de momentos respecto de algún punto sea también nula (evita la rotación).*



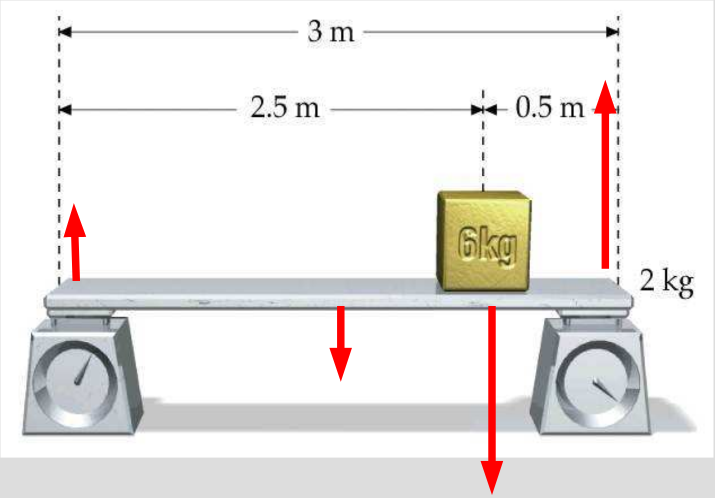
Condición de equilibrio para un SR

$$\boxed{\begin{array}{l}\sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{M} = 0\end{array}}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Equilibrio mecánico: *Diremos que un sólido rígido se encuentra en equilibrio mecánico si no experimenta ninguna aceleración, ni de traslación ni de rotación, en el tiempo.*

Condición de equilibrio del SR: *La condición de equilibrio para un SR es que la suma de fuerzas que actúan sobre él sea cero (evita la traslación) y que la suma de momentos respecto de algún punto sea también nula (evita la rotación).*



Condición de equilibrio para un SR

$$\boxed{\begin{gathered}\sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{M} = 0\end{gathered}}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$

(ejercicio: demostrarlo)

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$

(ejercicio: demostrarlo)

Permite resolver algunos problemas usando sólo

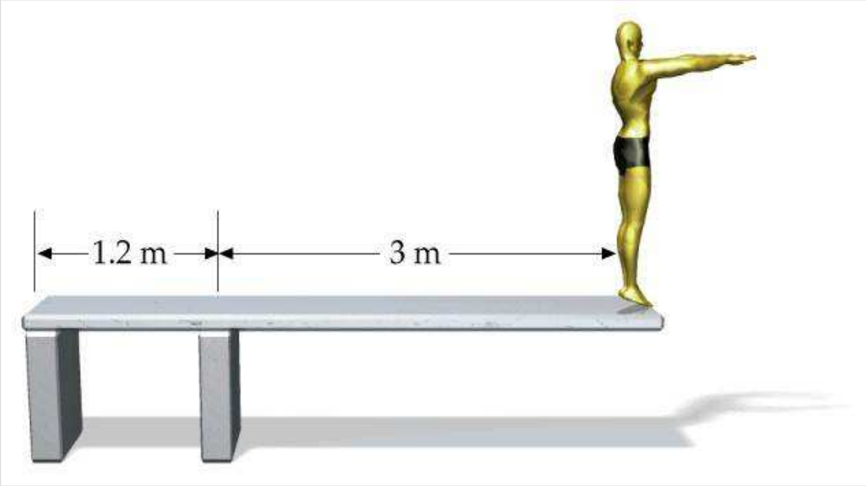
$$\boxed{\sum \vec{M} = 0}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$

(ejercicio: demostrarlo)



Permite resolver algunos problemas usando sólo

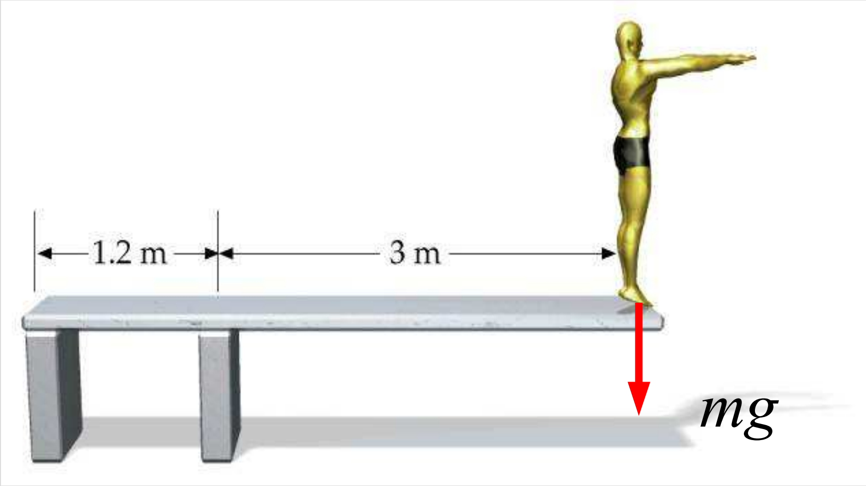
$$\boxed{\sum \vec{M} = 0}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$

(ejercicio: demostrarlo)



Permite resolver algunos problemas usando sólo

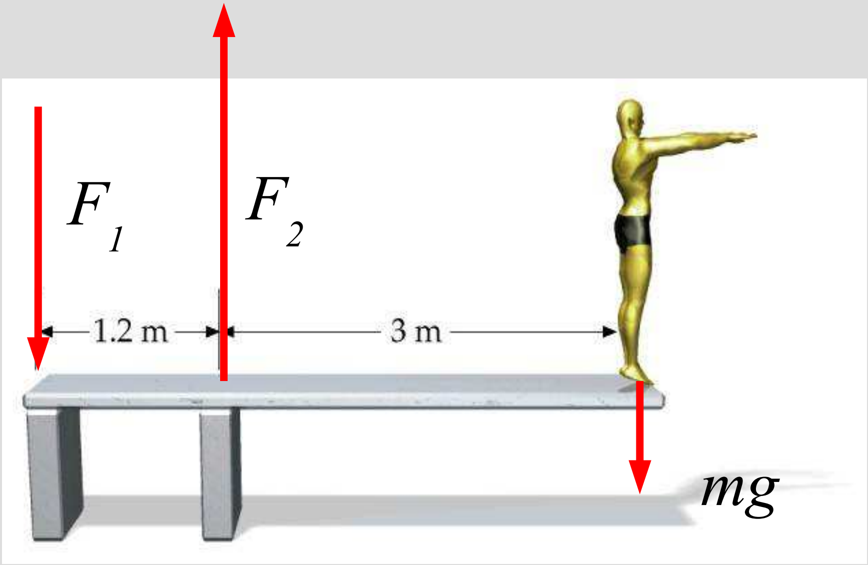
$$\boxed{\sum \vec{M} = 0}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$

(ejercicio: demostrarlo)



Permite resolver algunos problemas usando sólo

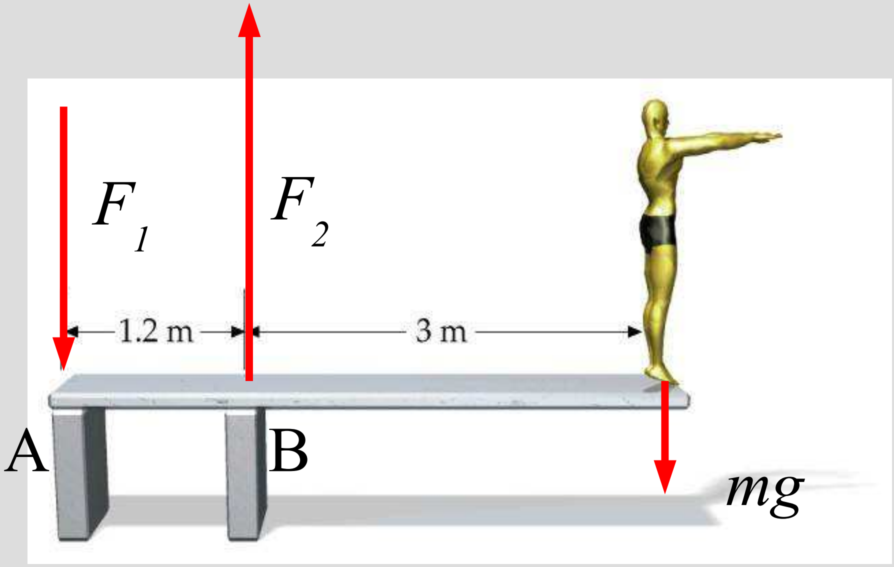
$$\boxed{\sum \vec{M} = 0}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $$\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$$

(ejercicio: demostrarlo)



Permite resolver algunos problemas usando sólo

$$\boxed{\sum \vec{M} = 0}$$

$$\sum M_A = 0$$

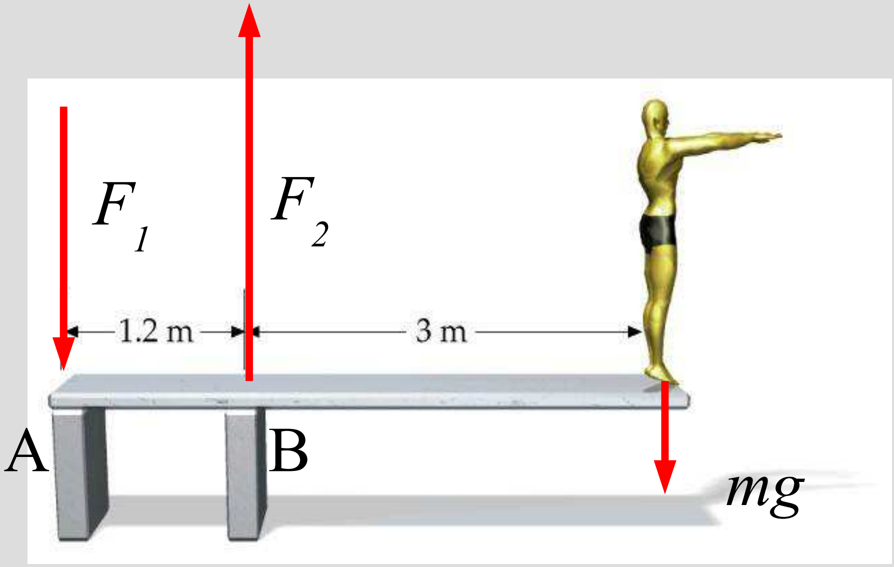
$$F_1 \cdot 1.2 = mg \cdot 3 \rightarrow \boxed{F_1 = 2.5 \cdot mg}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Condición equivalente de equilibrio del SR: *Un SR estará también en equilibrio mecánico si la suma de momentos respecto de tres puntos no alineados es nula.*

Esta condición es equivalente a $\sum \vec{F} = 0 \quad y \quad \sum \vec{M} = 0$

(ejercicio: demostrarlo)



Permite resolver algunos problemas usando sólo

$$\boxed{\sum \vec{M} = 0}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$F_1 \cdot 1.2 = mg \cdot 3 \rightarrow \boxed{F_1 = 2.5 \cdot mg}$$

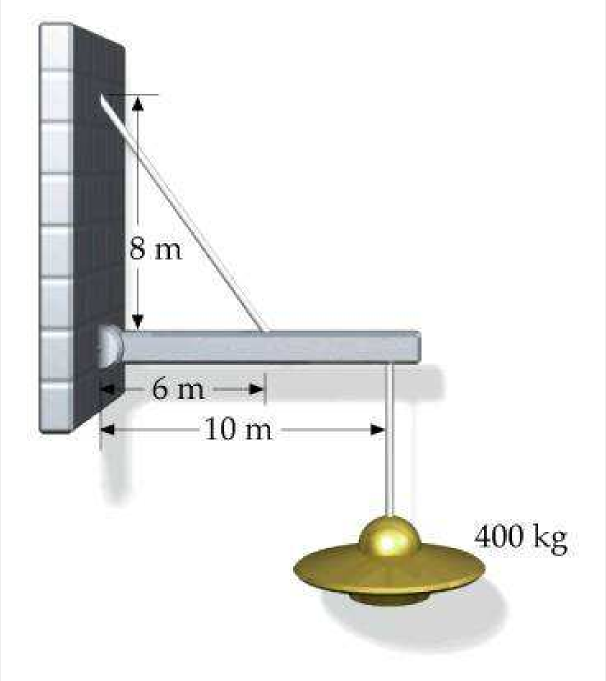
$$\sum M_B = 0$$

$$F_2 \cdot 1.2 = mg \cdot 4.2 \rightarrow \boxed{F_2 = 3.5 \cdot mg}$$

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Ejemplo: Una viga homogénea de masa m=200kg y longitud L=10m está articulada en un extremo y sujeta mediante un cable a una pared como muestra la figura. Si la viga sustenta una luminaria industrial de masa 2m, determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema.

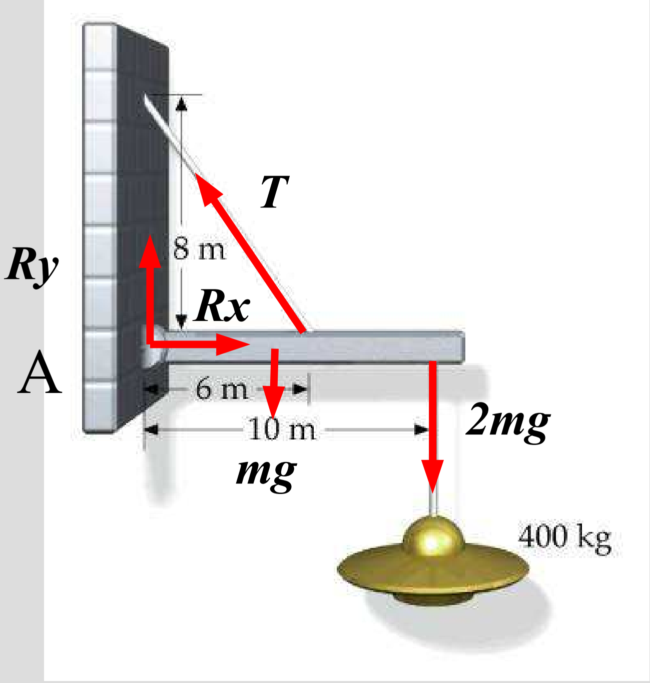
Solución: T = 10200 N Rx=6125N Ry=-2286N



8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Ejemplo: Una viga homogénea de masa m=200kg y longitud L=10m está articulada en un extremo y sujeta mediante un cable a una pared como muestra la figura. Si la viga sustenta una luminaria industrial de masa 2m, determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Solución: T = 10200 N Rx=6125N Ry=-2286N

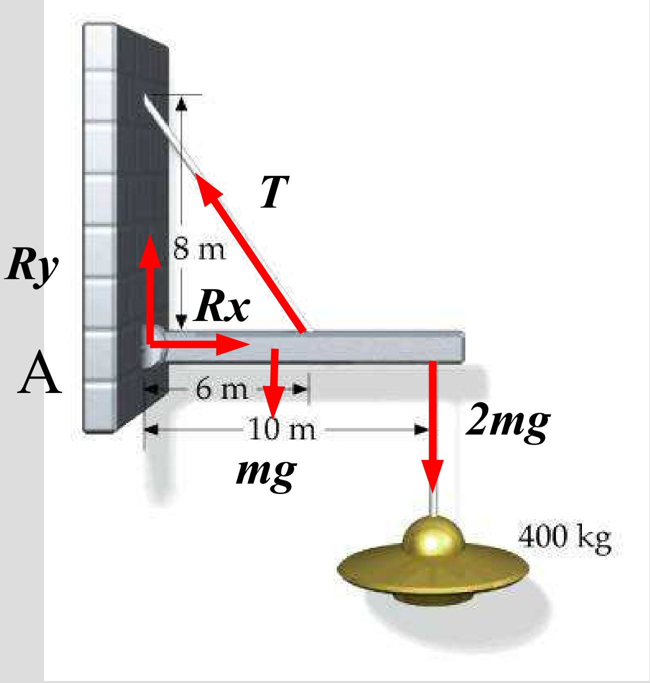


8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Ejemplo: Una viga homogénea de masa m=200kg y longitud L=10m está articulada en un extremo y sujeta mediante un cable a una pared como muestra la figura. Si la viga sustenta una luminaria industrial de masa 2m, determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Solución: T = 10200 N Rx=6125N Ry=-2286N

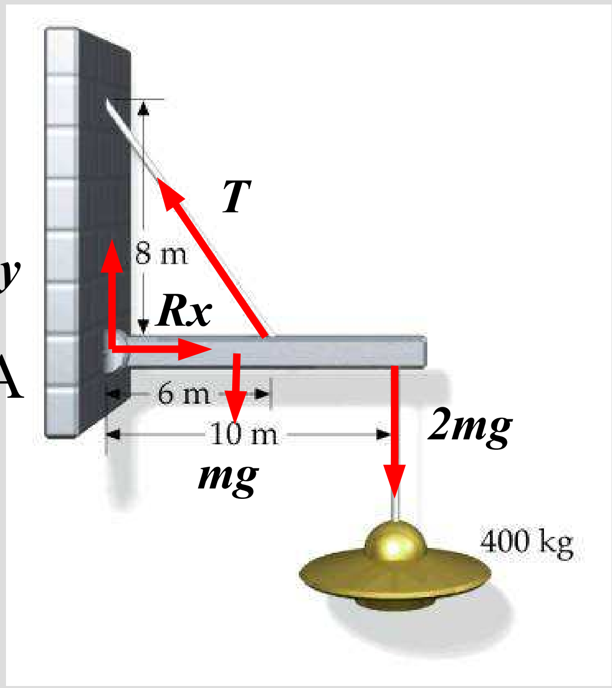
$$\tan(\theta) = \frac{8}{6} \rightarrow \theta = 53.13^{\circ}$$



8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Ejemplo: Una viga homogénea de masa m=200kg y longitud L=10m está articulada en un extremo y sujeta mediante un cable a una pared como muestra la figura. Si la viga sustenta una luminaria industrial de masa 2m, determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Solución: T = 10200 N Rx=6125N Ry=-2286N



$$\tan(\theta)=\frac{8}{6}\rightarrow\theta=53.13^{\circ}$$

$$\sum M_A=0$$

$$T\sin(\theta)\cdot 6-mg\cdot 5-2mg\cdot 10=0$$

$$\boxed{T=\frac{25\,mg}{6\sin(\theta)}}$$

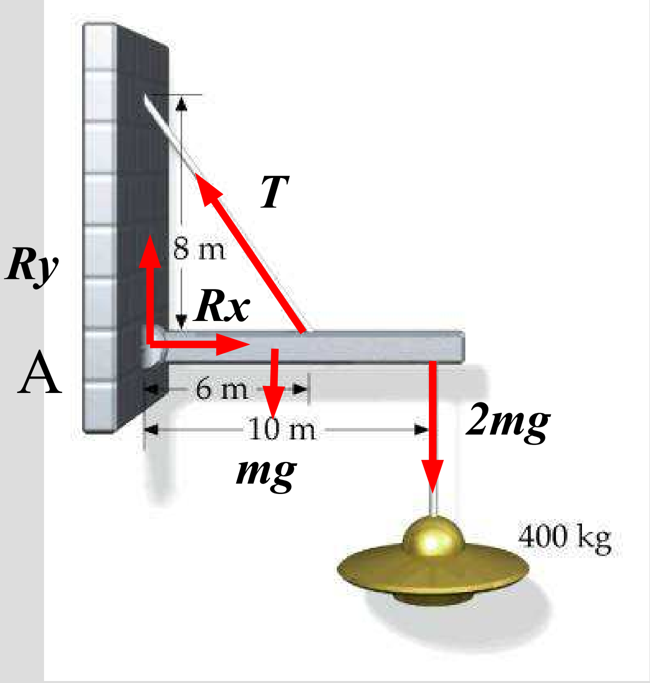
T = 10200 N

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Ejemplo: Una viga homogénea de masa m=200kg y longitud L=10m está articulada en un extremo y sujeta mediante un cable a una pared como muestra la figura. Si la viga sustenta una luminaria industrial de masa 2m, determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Solución: T = 10200 N Rx=6125N Ry=-2286N

$$\tan(\theta)=\frac{8}{6}\rightarrow\theta=53.13^{\circ}$$



$$\sum M_A=0$$

$$T\sin(\theta)\cdot 6-mg\cdot 5-2mg\cdot 10=0$$

$$\boxed{T=\frac{25\,mg}{6\sin(\theta)}}$$

T = 10200 N

$$\sum F_x=0$$

$$\boxed{R_x=T\cos(\theta)}$$

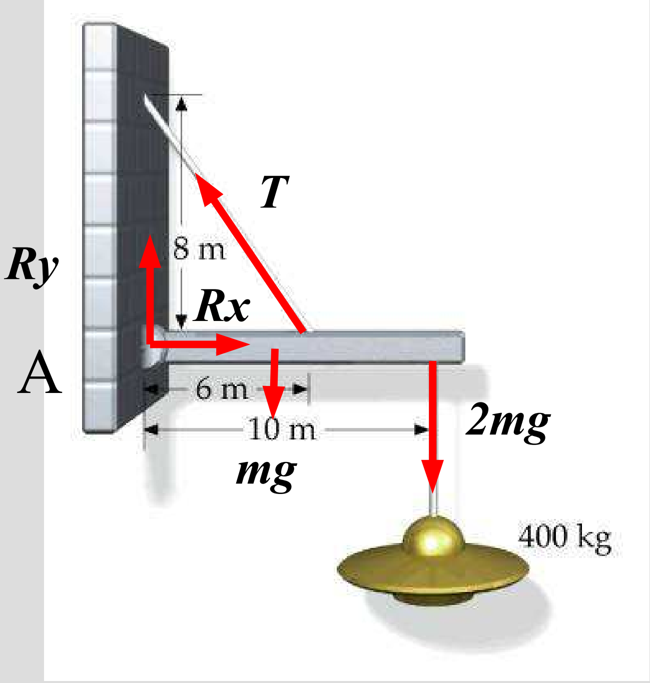
Rx = 6125 N

8.5. Condiciones de equilibrio del SR

Ejemplo: Una viga homogénea de masa m=200kg y longitud L=10m está articulada en un extremo y sujeta mediante un cable a una pared como muestra la figura. Si la viga sustenta una luminaria industrial de masa 2m, determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Solución: T = 10200 N Rx=6125N Ry=-2286N

$$\tan(\theta)=\frac{8}{6}\rightarrow\theta=53.13^{\circ}$$



$$\sum M_A=0$$

$$T\sin(\theta)\cdot 6-mg\cdot 5-2\text{mg}\cdot 10=0$$

$$\boxed{T=\frac{25\,mg}{6\sin(\theta)}}$$

T = 10200 N

$$\sum F_x=0$$

$$\boxed{R_x=T\cos(\theta)}$$

Rx = 6125 N

$$\sum F_y=0$$

$$R_y=mg+2\text{mg}-T\sin(\theta)$$

$$\boxed{R_y=-\frac{7}{6}mg}$$

Ry = - 2286 N

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

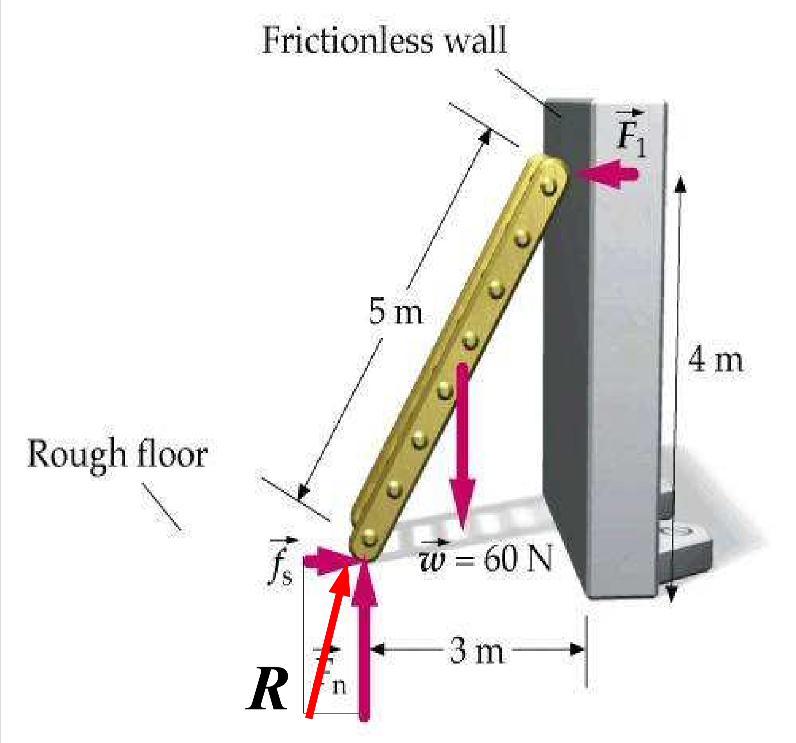
Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Método gráfico

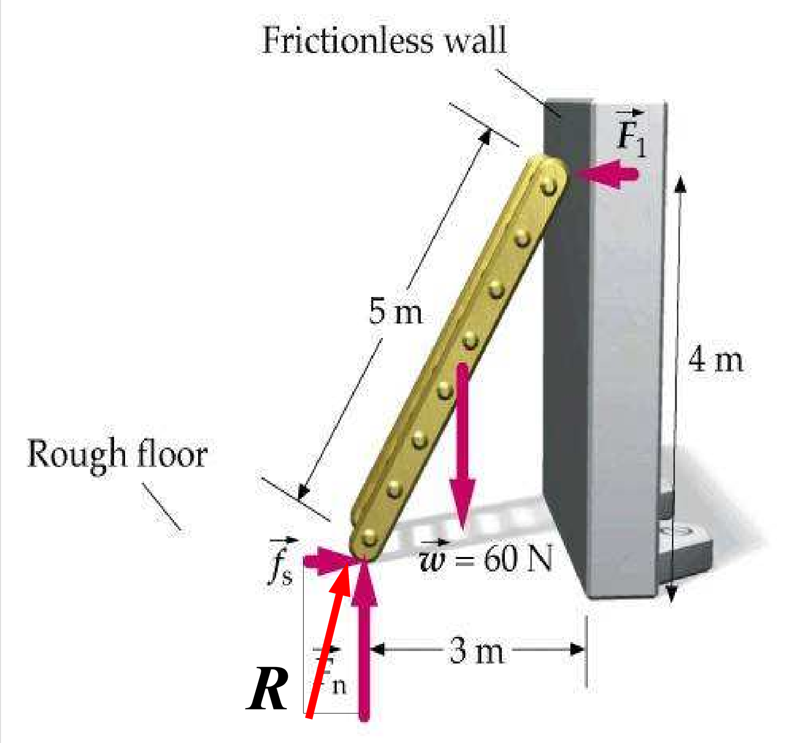
Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:



8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:

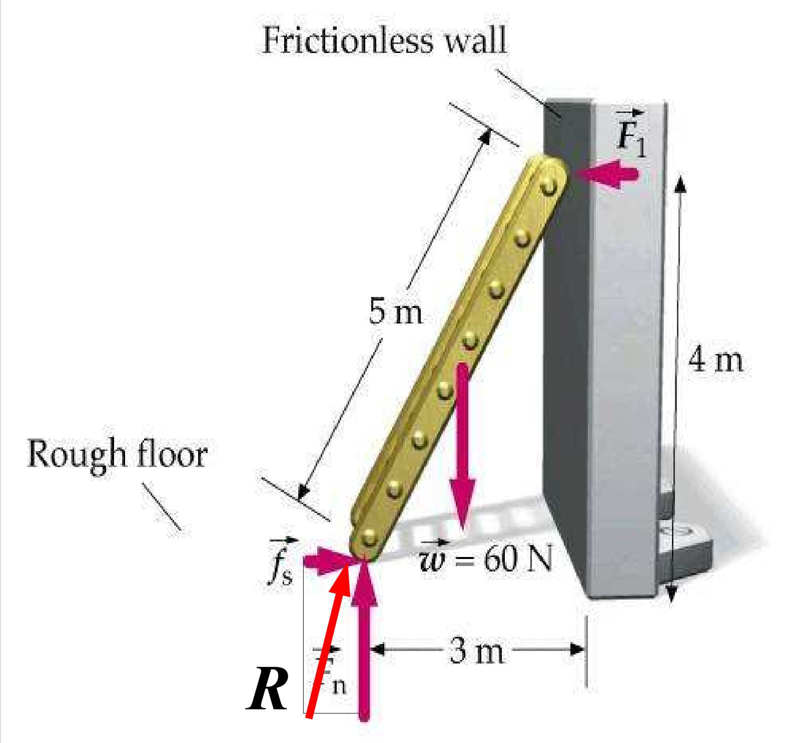


La condición $\sum \vec{F} = 0$

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Vallès (ETSEIAT)

Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:

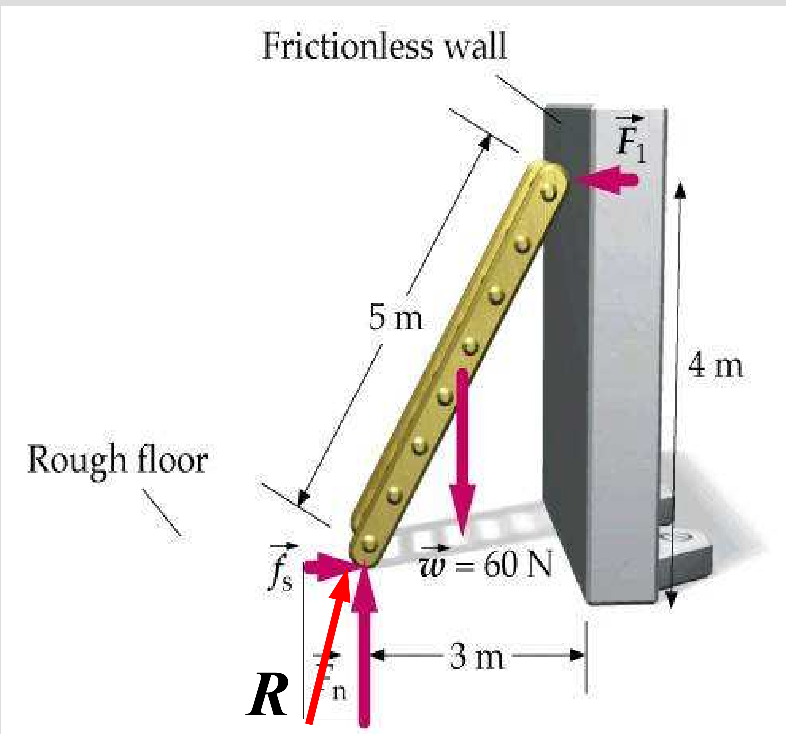


La condición $\boxed{\sum \vec{F} = 0}$

implica que deben formar un triángulo cerrado (igual que para la partícula)

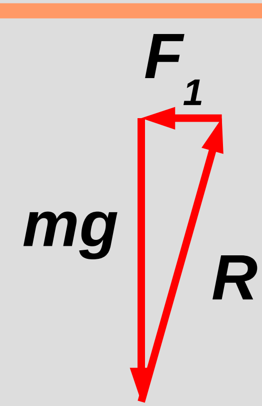
Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:



La condición $\sum \vec{F} = 0$

implica que deben formar un triángulo cerrado (igual que para la partícula)



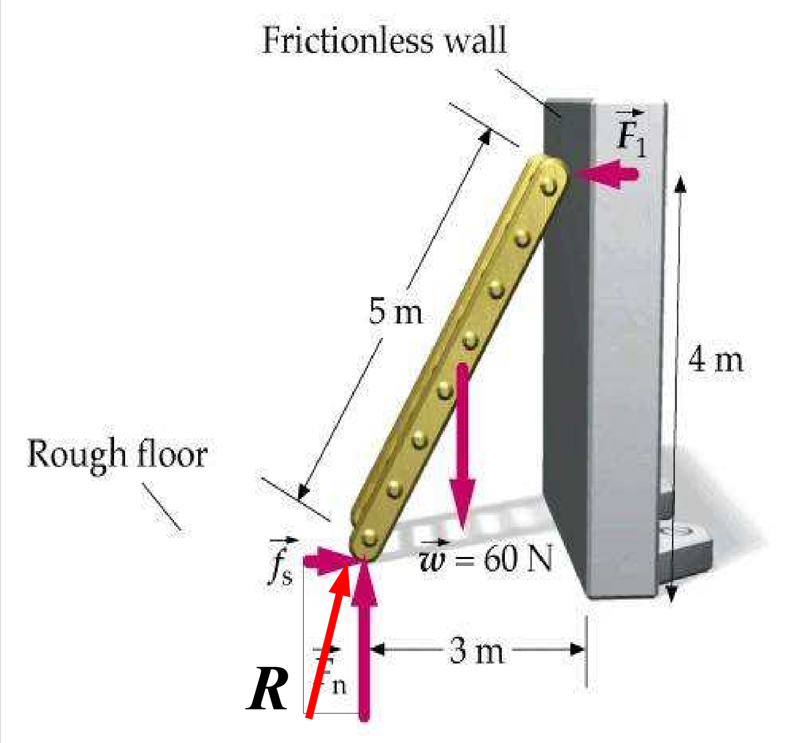
+ Teorema del seno

Método gráfico

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:

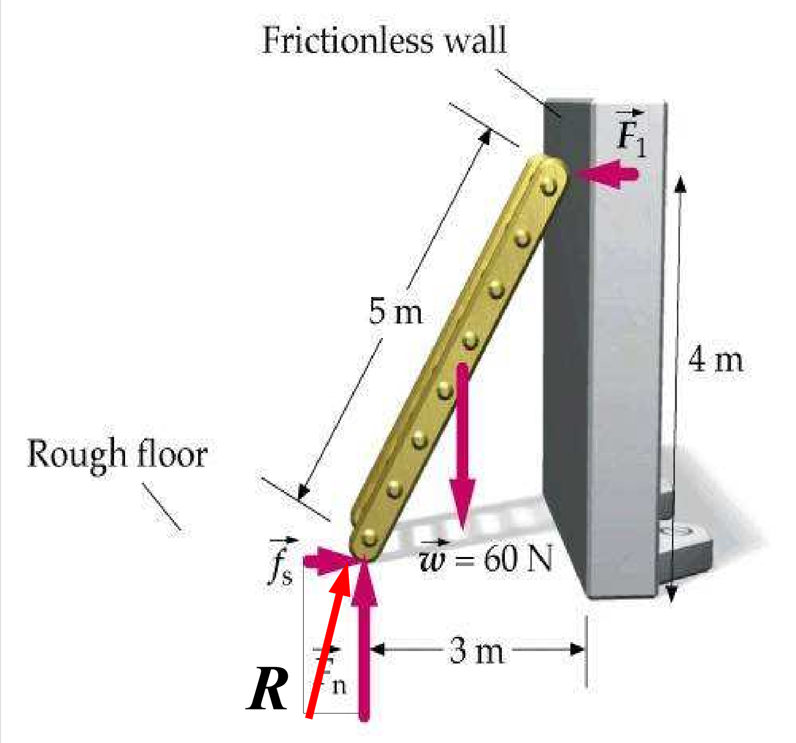


La condición $\sum \vec{M} = 0$

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:



La condición $\sum \vec{M} = 0$

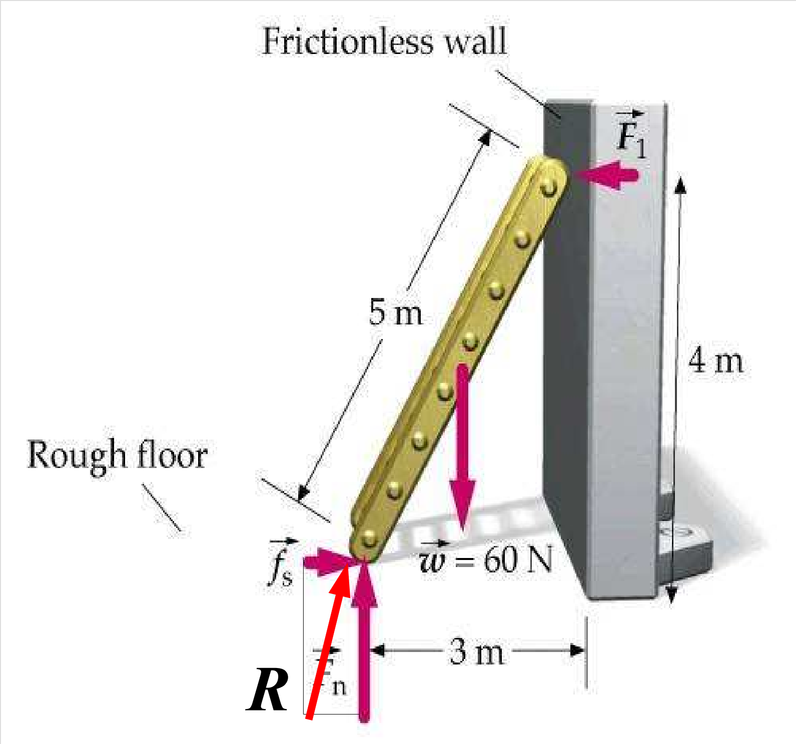
implica que las rectas de acción deben cortarse en un punto.

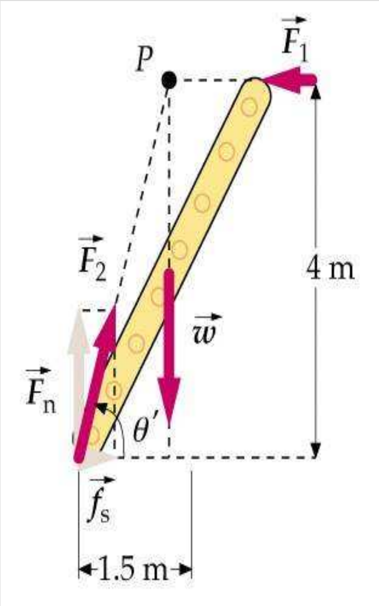
Método gráfico

Si un sólido está sometido a tres fuerzas (o se pueden reducir a tres), también podemos analizar el problema gráficamente:

La condición $\sum \vec{M} = 0$

implica que las rectas de acción deben cortarse en un punto.



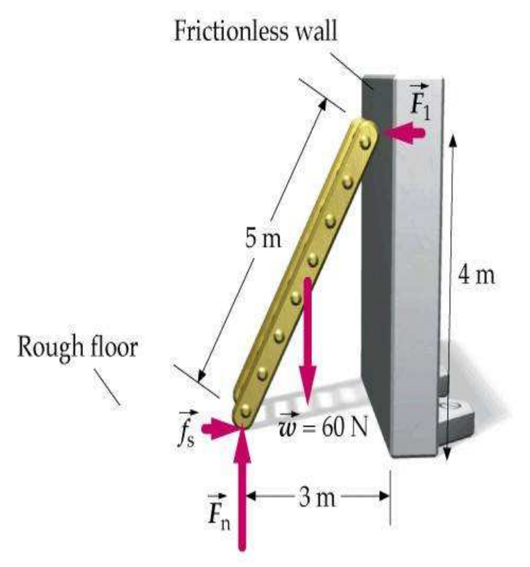


8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:

a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.

b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.



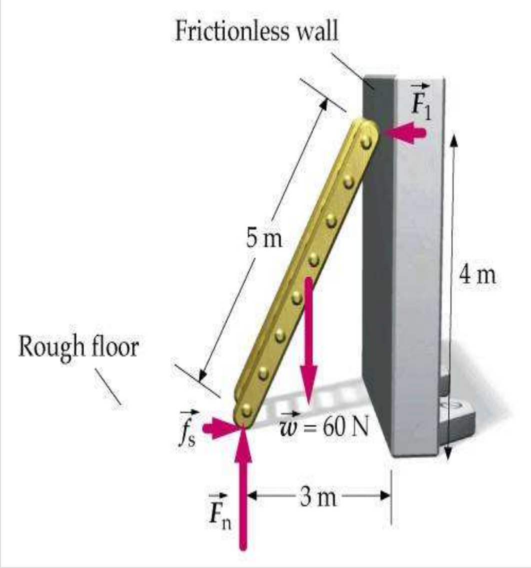
Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Vallès (ETSEIAT)

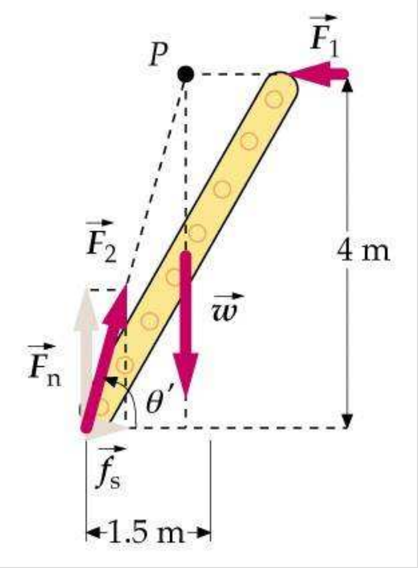
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:

a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.

b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.





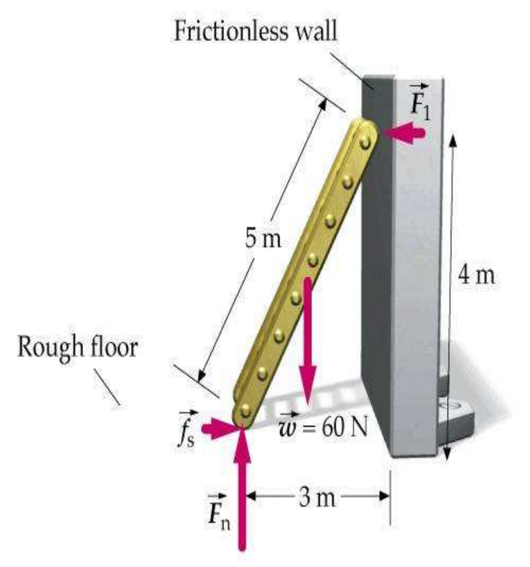
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

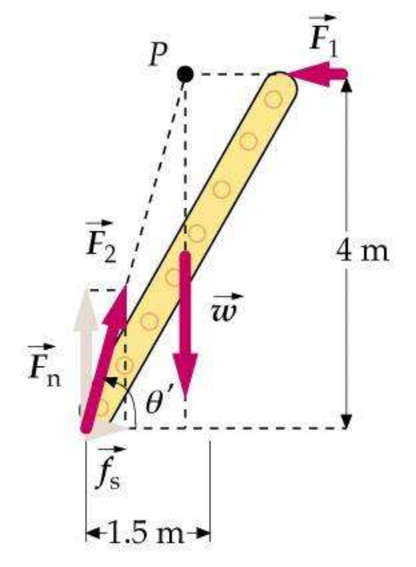
Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:

a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.

b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.

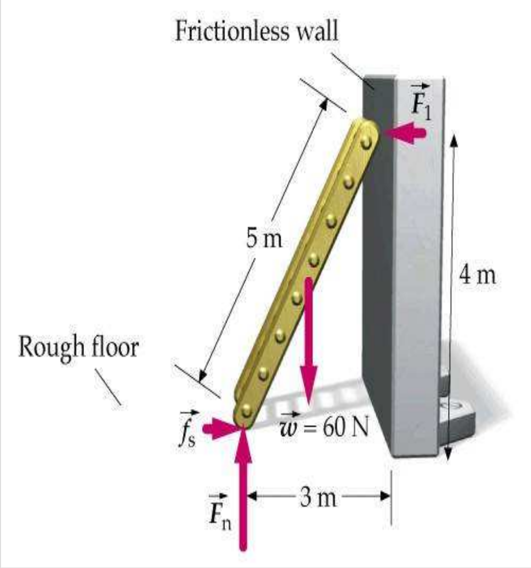
$$\tan(\phi)=\frac{1.5}{4}=0.37=\mu_s$$

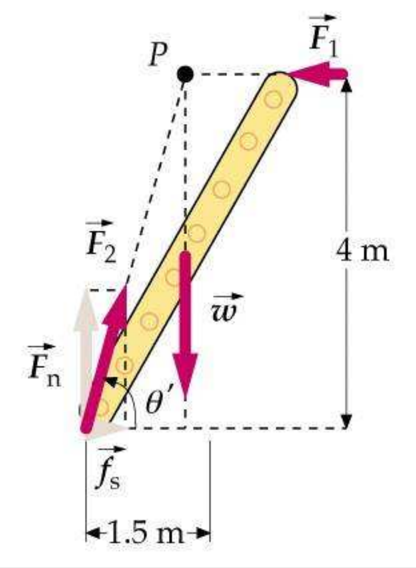




8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:
a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.
b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.





$$\tan(\phi)=\frac{1.5}{4}=0.37=\mu_s$$

$$\sum F_y=F_n-\omega=0$$

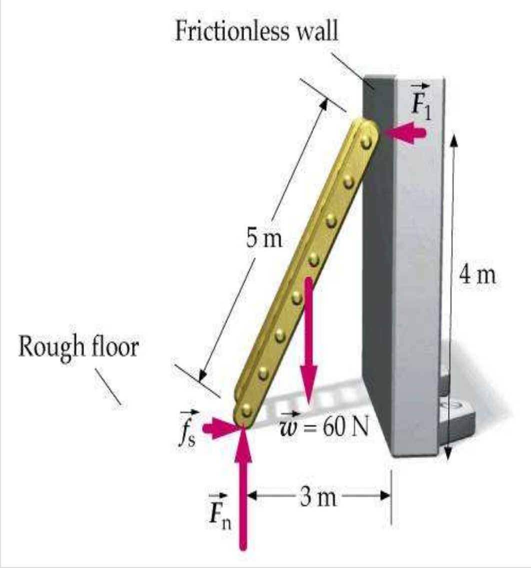
$$\boxed{F_n=\omega=100\text{N}}$$

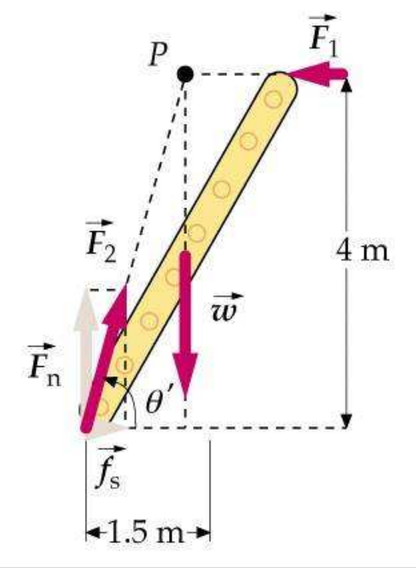
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:

a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.

b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.





$$\tan(\phi)=\frac{1.5}{4}=0.37=\mu_s$$

$$\sum F_y=F_n-\omega=0$$

$$\boxed{F_n=\omega=100\text{N}}$$

$$F_s=\mu\, F_n=\mu\,\omega$$

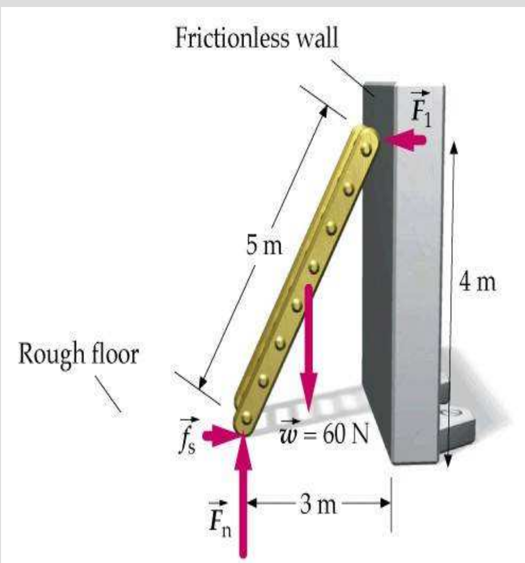
$$\boxed{F_s=37\text{N}}$$

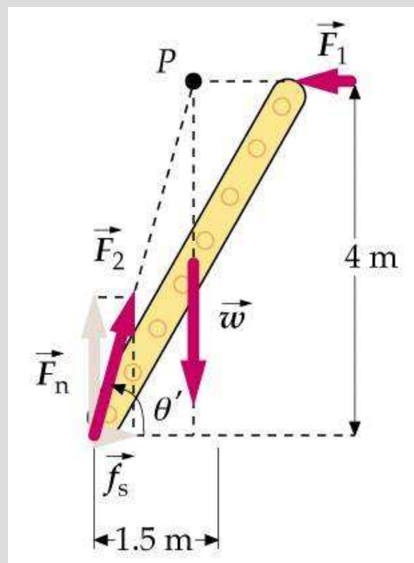
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:

a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.

b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.





$$\tan(\phi)=\frac{1.5}{4}=0.37=\mu_s$$

$$\sum F_y=F_n-\omega=0$$

$$\boxed{F_n=\omega=100\text{N}}$$

$$F_s=\mu F_n=\mu\,\omega$$

$$\boxed{F_s=37\text{N}}$$

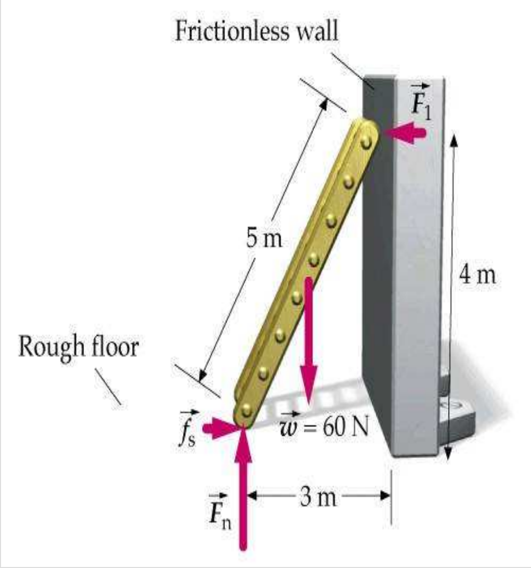
$$\sum F_x=F_s-F_1=0$$

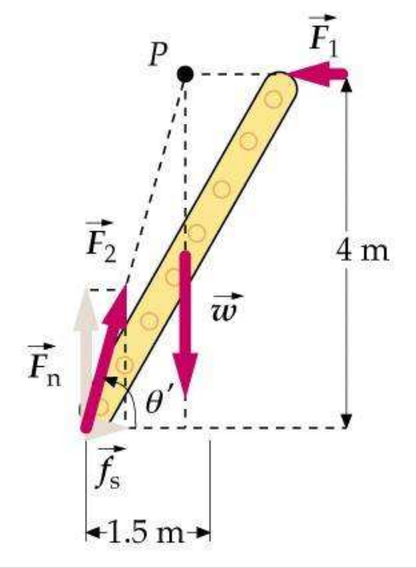
$$\boxed{F_1=F_s=37\text{N}}$$

Ejemplo: Una escalera de peso *ω=100N* se apoya en una pared sin rozamiento y sobre un suelo rugoso como muestra la figura. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide:

a) Obtener gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo entre el suelo y la escalera para que el sistema esté en equilibrio.

b) Fuerza normal con la pared, con el suelo y valor de la fuerza de rozamiento.





$$\tan(\phi)=\frac{1.5}{4}=0.37=\mu_s$$

$$\sum F_y=F_n-\omega=0$$

$$\boxed{F_n=\omega=100\text{N}}$$

$$F_s=\mu F_n=\mu\,\omega$$

$$\boxed{F_s=37\text{N}}$$

$$\sum F_x=F_s-F_1=0$$

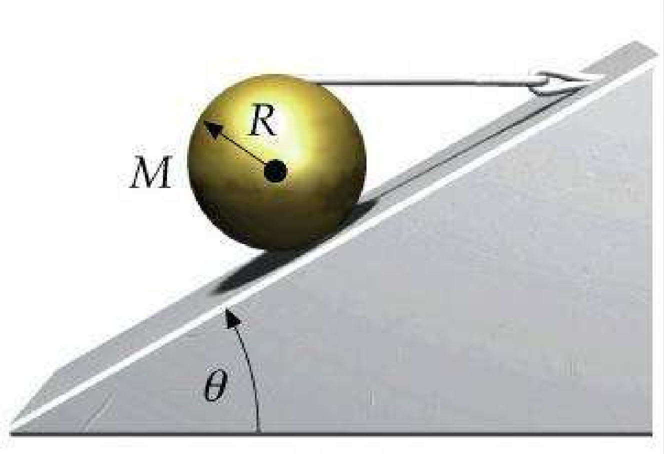
$$\boxed{F_1=F_s=37\text{N}}$$

$$\left(\sum M_A=-\omega\cdot 1.5+F_1\cdot 4=0 \quad F_1=\omega\cdot\frac{1.5}{4}\right)$$

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Valles (ETSEIAT)

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

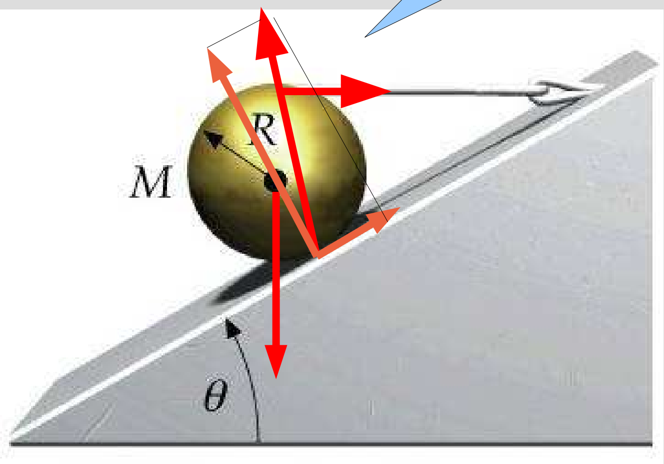
Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.



8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas

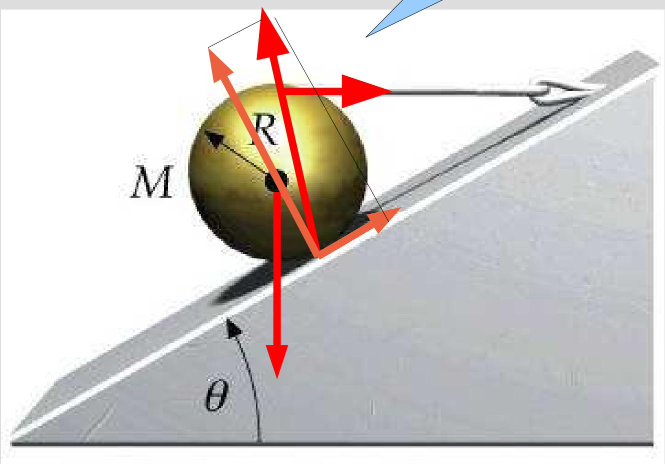


8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas

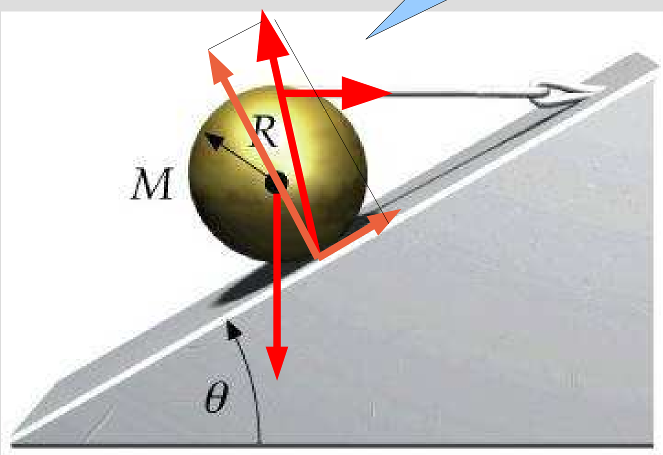
2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento



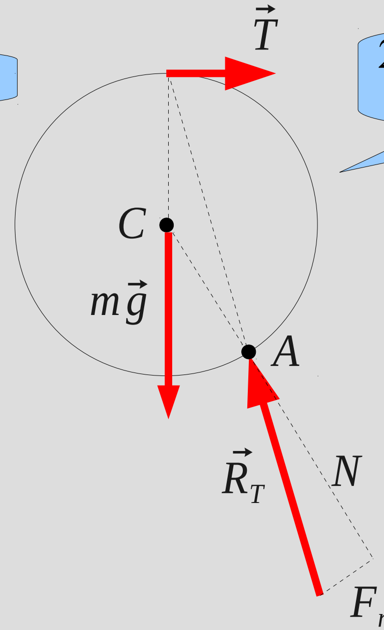
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



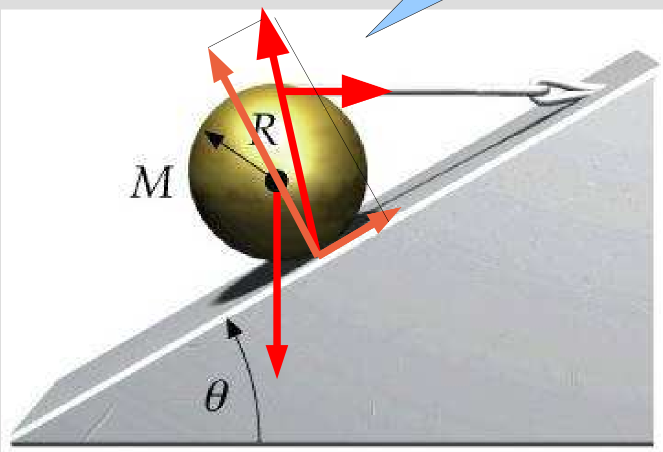
2. Buscamos gráficamente
El ángulo de rozamiento



8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

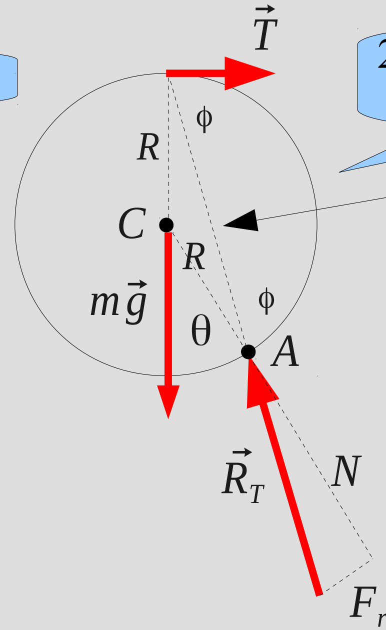
Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



2. Buscamos gráficamente
El ángulo de rozamiento

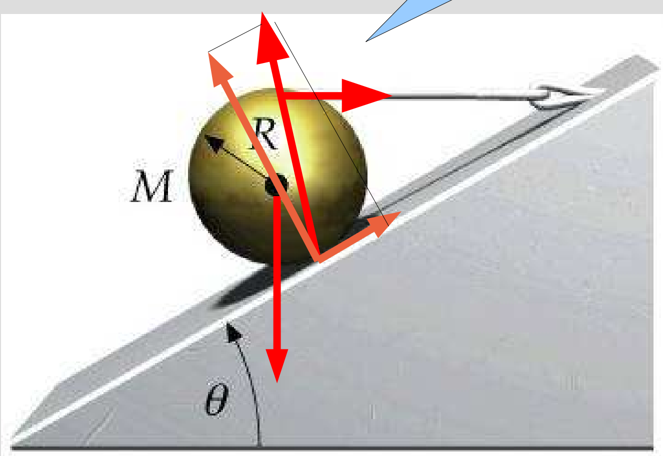
Vemos un triángulo isósceles



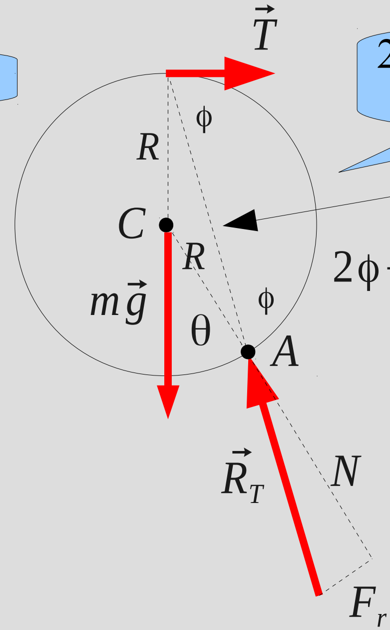
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento



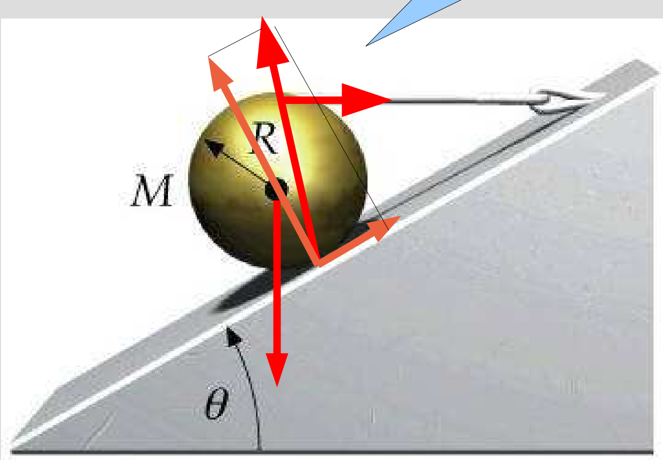
Vemos un triángulo isósceles

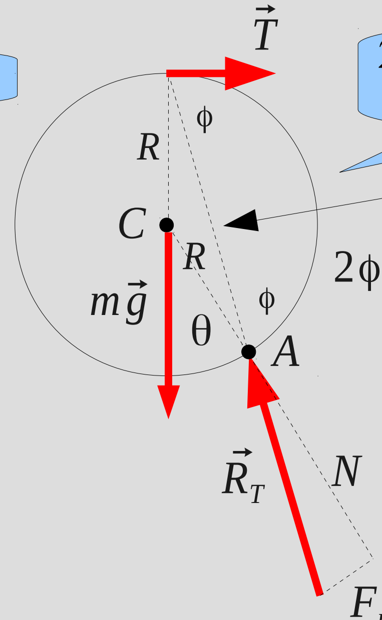
$$2\phi + (180^\circ - \theta) = 180^\circ$$

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas





2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento

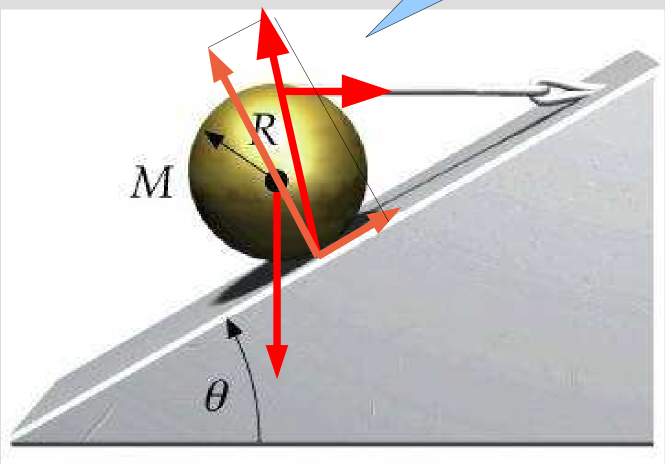
Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi + (180^{\circ} - \theta) = 180^{\circ} \Rightarrow \boxed{\phi = \frac{\theta}{2}}$$

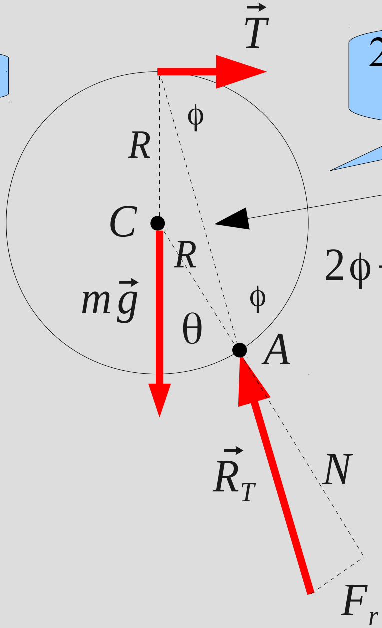
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento



Vemos un triángulo isósceles

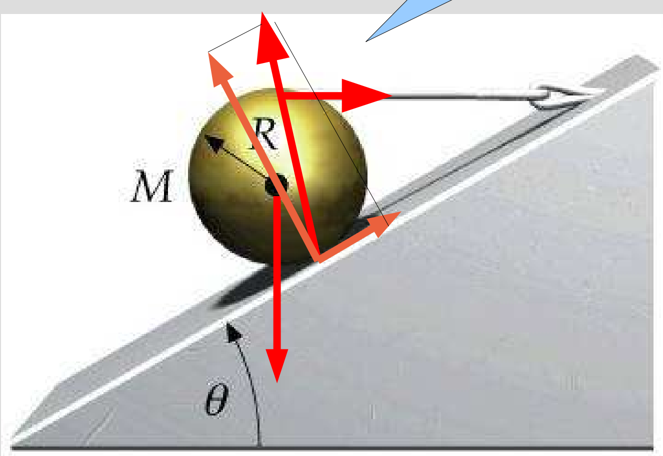
$$2\phi+(180^{\circ}-\theta)=180^{\circ} \Rightarrow \boxed{\phi=\frac{\theta}{2}}$$

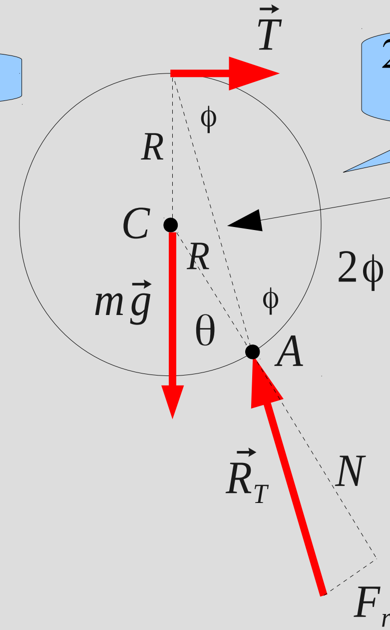
$$\boxed{\mu=arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas





2. Buscamos gráficamente
El ángulo de rozamiento

Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi + (180^\circ - \theta) = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi = \frac{\theta}{2}}$$

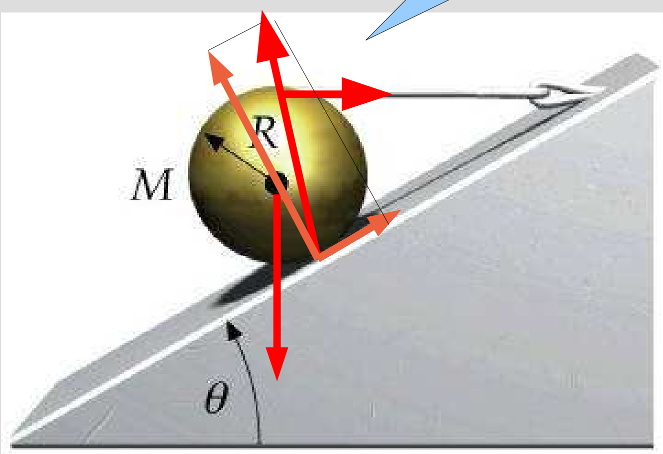
$$\boxed{\mu = arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

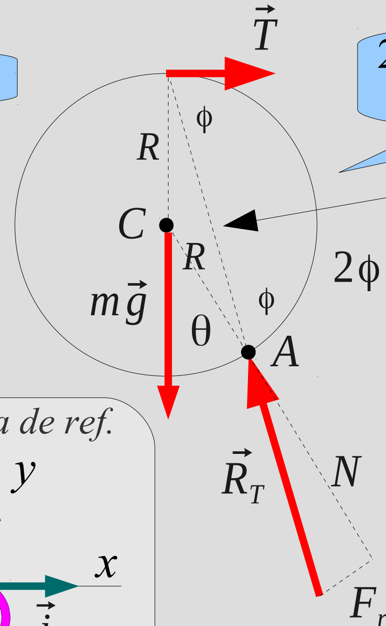
3. Tomamos momentos
respecto de A

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas





2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento

Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi + (180^\circ - \theta) = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\phi = \frac{\theta}{2}}$$

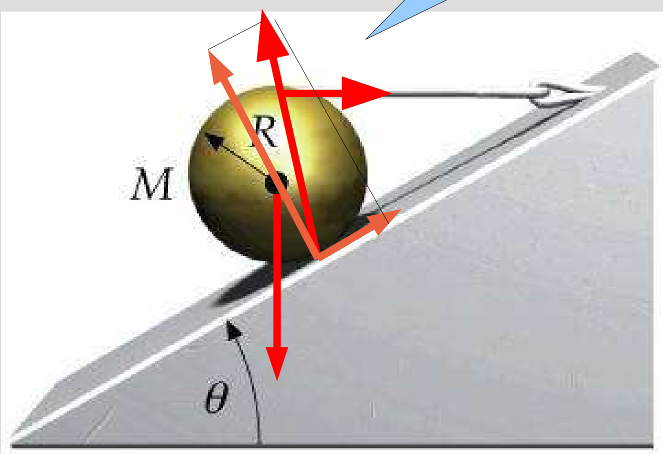
$$\boxed{\mu = arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

3. Tomamos momentos respecto de A

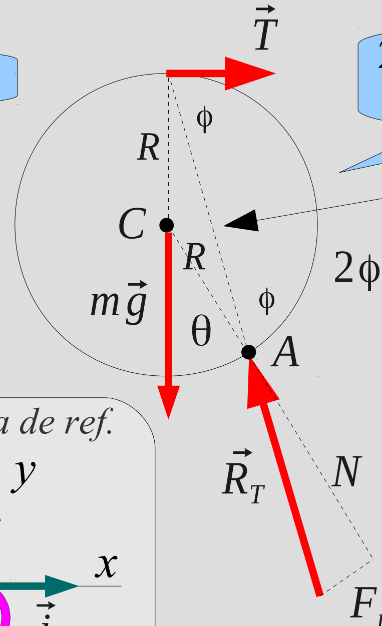
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento



Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi+(180^{o}-\theta)=180^{o} \Rightarrow \boxed{\phi=\frac{\theta}{2}}$$

$$\boxed{\mu=arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

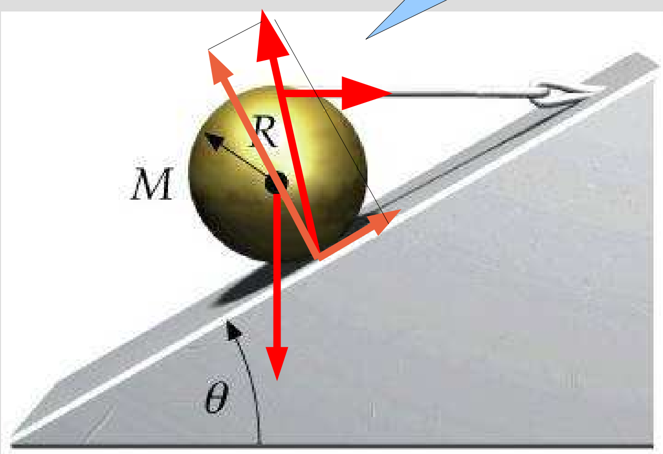
3. Tomamos momentos respecto de A

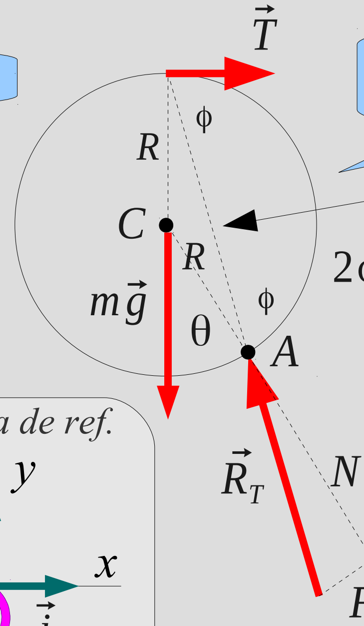
$$\sum M_A=mg\,R\sin\theta-T(R+R\cos\theta)=0$$

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas





2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento

Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi+(180^{o}-\theta)=180^{o} \Rightarrow \boxed{\phi=\frac{\theta}{2}}$$

$$\boxed{\mu=arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

3. Tomamos momentos respecto de A

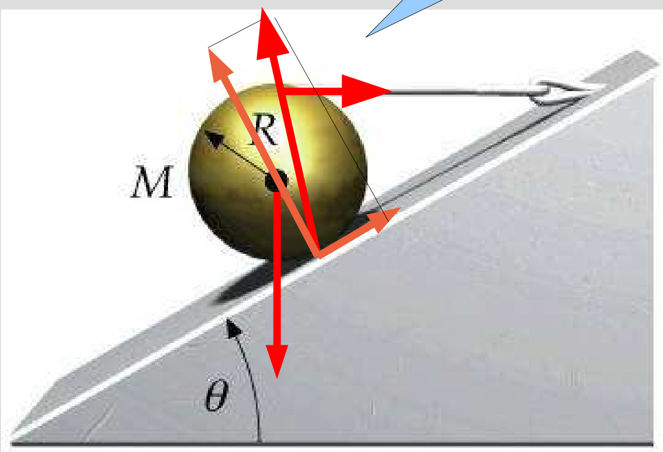
$$\sum M_A = mg\,R\sin\theta - T\,(R+R\cos\theta)=0$$

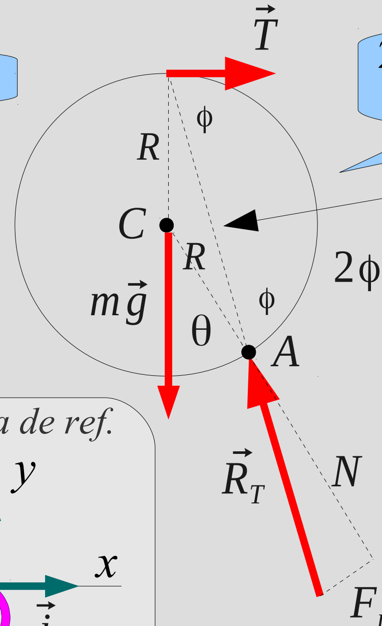
$$\boxed{T=mg\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)}}$$

8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas





2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento

Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi+(180^o-\theta)=180^o \Rightarrow \boxed{\phi=\frac{\theta}{2}}$$

$$\boxed{\mu=arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

3. Tomamos momentos respecto de A

$$\sum M_A=mg\,R\sin\theta-T\,(R+R\cos\theta)=0$$

$$\boxed{T=mg\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)}}$$

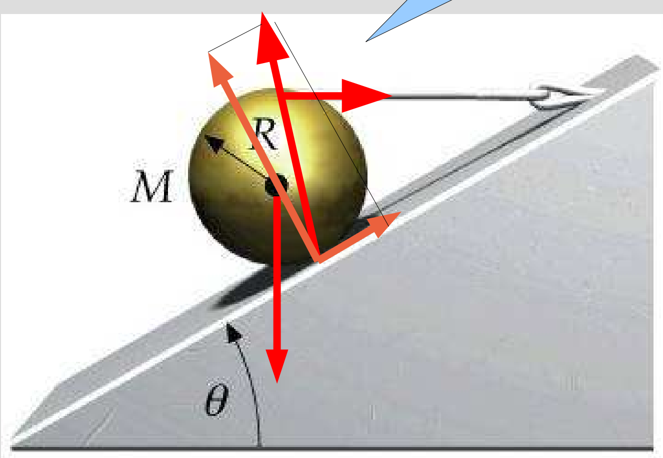
4. Tomamos momentos respecto del centro

$$\sum M_C=F_r R-T\,R=0$$

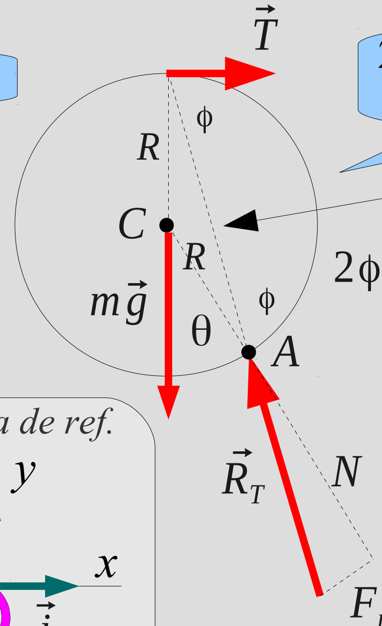
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento



Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi+(180^\circ-\theta)=180^\circ \Rightarrow \boxed{\phi=\frac{\theta}{2}}$$

$$\boxed{\mu=arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

3. Tomamos momentos respecto de A

$$\sum M_A=mg\,R\sin\theta-T\,(R+R\cos\theta)=0$$

$$\boxed{T=mg\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)}}$$

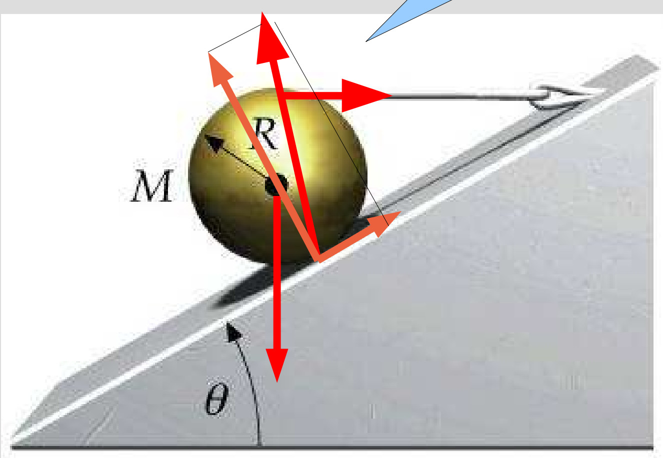
4. Tomamos momentos respecto del centro

$$\sum M_C=F_r R-T\,R=0 \Rightarrow \boxed{F_r=T}$$

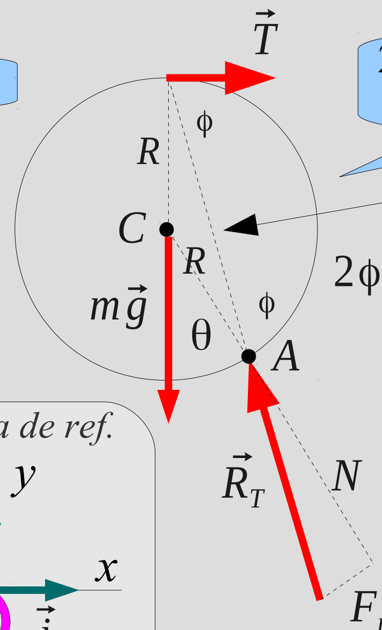
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejemplo: Una esfera de radio R y masa M se aguanta en equilibrio sobre un plano inclinado con rozamiento como muestra la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que no deslice, la tensión en la cuerda, la fuerza de rozamiento y la normal con el plano.

1. Buscamos las fuerzas



2. Buscamos gráficamente El ángulo de rozamiento



Vemos un triángulo isósceles

$$2\phi+(180^\circ-\theta)=180^\circ \Rightarrow \boxed{\phi=\frac{\theta}{2}}$$

$$\boxed{\mu=arctg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

3. Tomamos momentos respecto de A

$$\sum M_A=mg\,R\sin\theta-T(R+R\cos\theta)=0$$

$$\boxed{T=mg\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)}}$$

4. Tomamos momentos respecto del centro

$$\sum M_C=F_r R-T\,R=0 \Rightarrow \boxed{F_r=T}$$

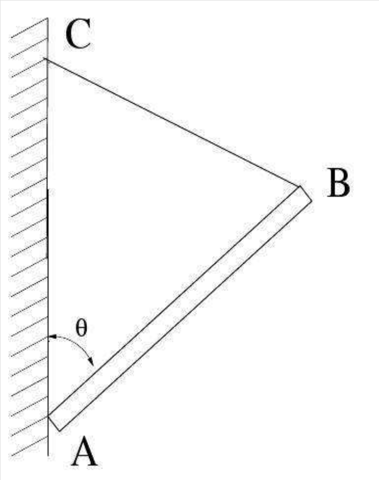
5. Calculamos N Con Fr y ϕ

$$\boxed{N=\frac{F_r}{\tan(\phi)}=\frac{F_r}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}}$$

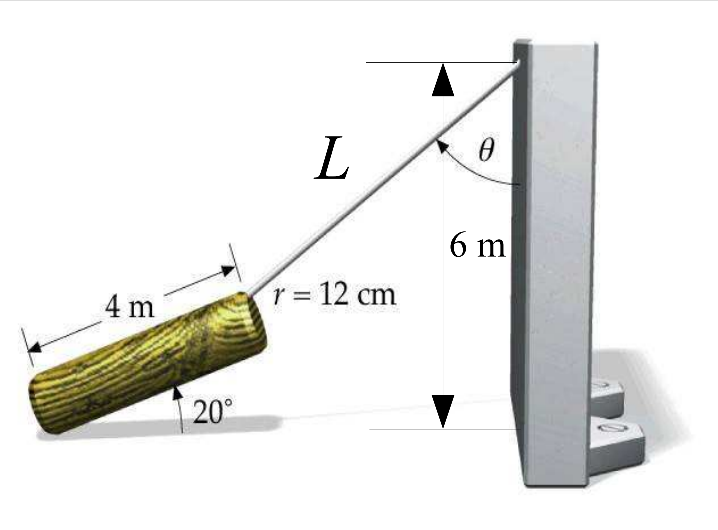
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas. Método gráfico

Ejercicio 8.3: Una barra AB de longitud L=1m y masa m=5kg, se aguanta en equilibrio sobre una pared atada por una cuerda como muestra la figura. Si en la posición indicada la barra forma un ángulo θ=40º con la pared y la distancia AC=L, determinar:

a) Diagrama de sólido libre
b) Ángulo entre la cuerda y la barra
c) Valor de la Tensión y reacciones en A
d) Mínimo coeficiente de rozamiento necesario para mantener el equilibrio



Solución: θ = 70º, T=16.76N, A_x=15.75N, A_y=43.26N, μ =2.75



Ejercicio 8.4: Un tronco de masa M=100kg esta atado a una cuerda de longitud L=6m y reposa sobre el suelo con rozamiento como muestra la figura. Si θ es el ángulo máximo que puede formar la cuerda con la vertical manteniendo el equilibrio, determinar el valor de θ, la tensión en la cuerda y el coeficiente de rozamiento entre el tronco y el suelo.

Solución: θ=42.7º, T=1110N, F_r=753N, μ=4.6

Tema 4: Mecánica del Sólido Rígido

Leccion 7. Cinemática del movimiento plano del sólido rígido (SR)

7.1 Concepto de sólido rígido (SR). Condición cinemática de rigidez.
7.2 Traslación y rotación del SR.
7.3 Relación de velocidades entre puntos del SR.
7.4 Movimiento plano. Centro instantáneo de rotación (CIR)
7.5 Ejemplos
7.6 Aceleración de puntos del SR

Leccion 8. Estática del sólido rígido

8.1. Las fuerzas son vectores deslizantes
8.2. Momento de una fuerza
8.3. Sistemas de fuerzas
8.4. Reducción de sistemas de fuerzas
8.5. Condiciones de equilibrio del SR
8.6. Sólido sometido a tres fuerzas
8.7. Sistemas de varios SR

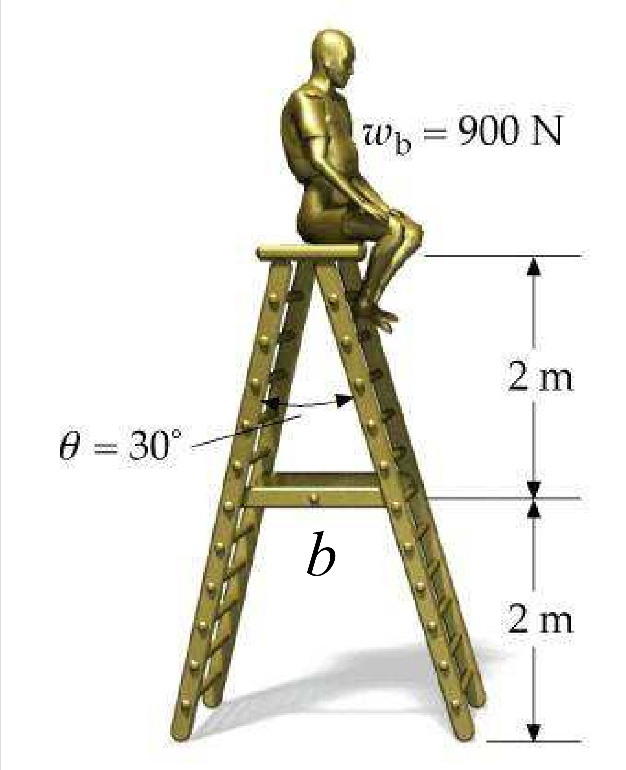
Lección 9. Dinámica del sólido rígido

9.1 Dinámica de la traslación del SR.
9.2 Rotación del SR
Momento de Inercia.
9.3 Teorema de Steiner
9.4 Dinámica de la rotación del SR.
9.5 Energía cinética del SR.
9.6 Conservación de la energía mecánica
9.7 Ejemplos.

8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$\sum M = 0$$

para todo el el conjunto y para cada parte



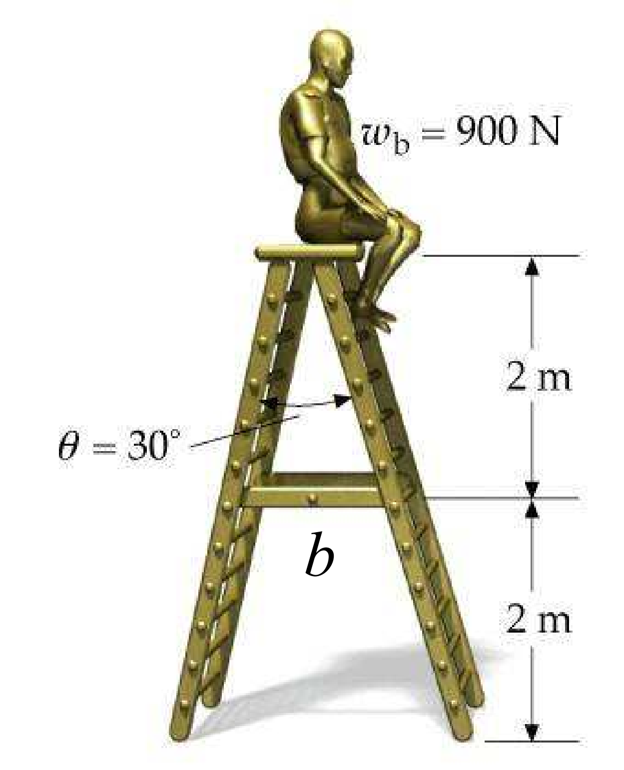
Cuando tenemos varios SR en equilibrio, o podemos descomponer el cuerpo en varias partes:

deberán cumplirse las condiciones de equilibrio para cada una de las partes y para todo el conjunto.

Esto permite eliminar fuerzas internas entre los sólidos

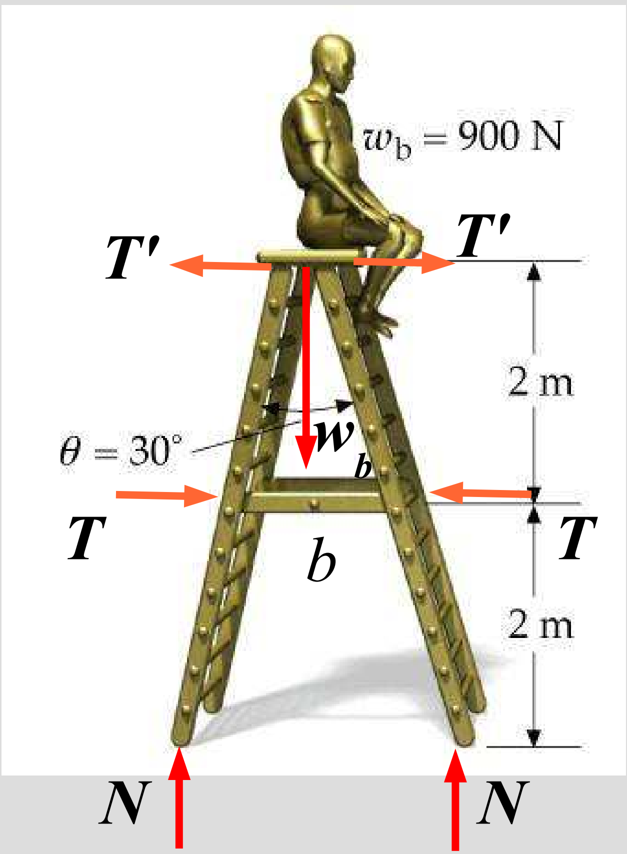
8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

Ejemplo: Un hombre de 900N de peso está subido en lo alto de una escalera de masa despreciable como muestra la figura. Determinar la reacción en cada pata de la escalera y la tensión que soporta la varilla b.



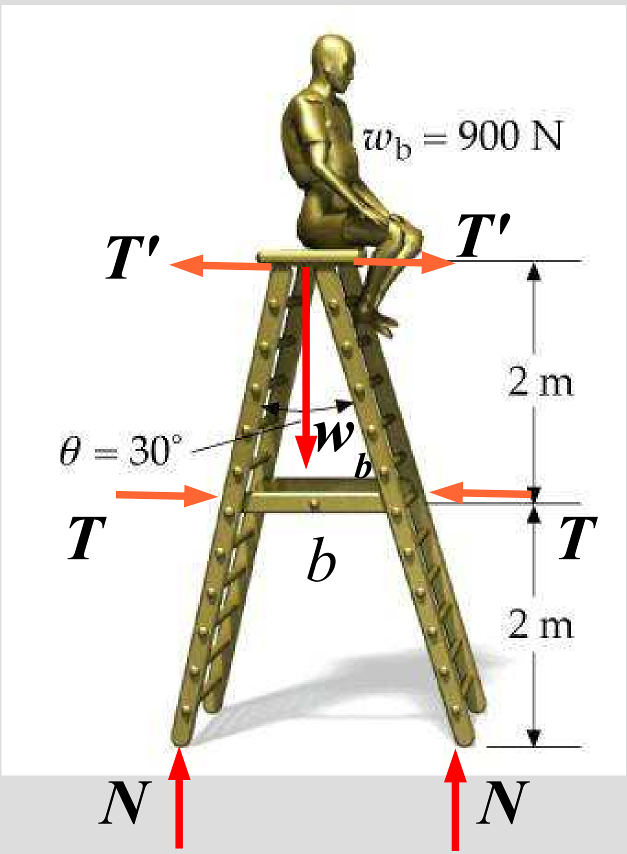
8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

Ejemplo: Un hombre de 900N de peso está subido en lo alto de una escalera de masa despreciable como muestra la figura. Determinar la reacción en cada pata de la escalera y la tensión que soporta la varilla b.



8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

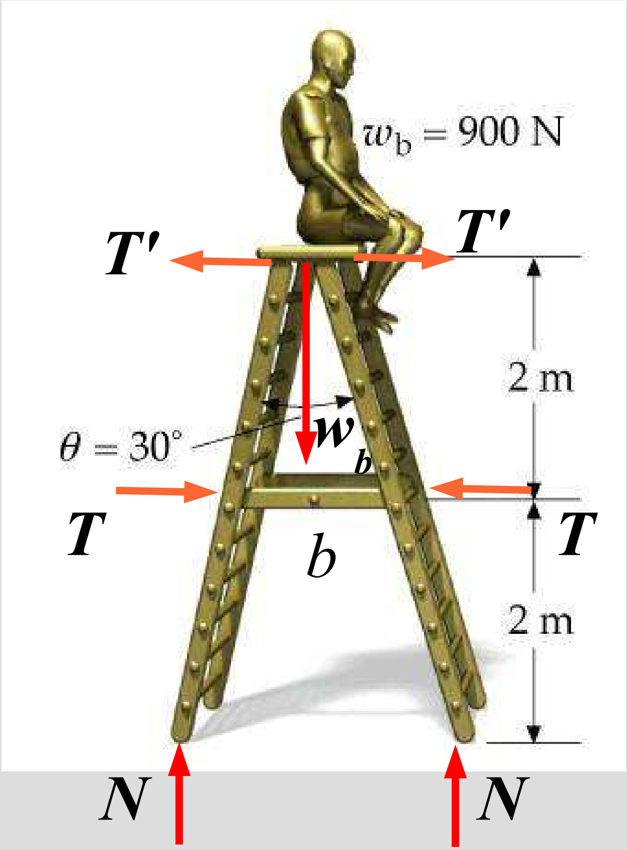
Ejemplo: Un hombre de 900N de peso está subido en lo alto de una escalera de masa despreciable como muestra la figura. Determinar la reacción en cada pata de la escalera y la tensión que soporta la varilla b.



Cálculo de N:

8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

Ejemplo: Un hombre de 900N de peso está subido en lo alto de una escalera de masa despreciable como muestra la figura. Determinar la reacción en cada pata de la escalera y la tensión que soporta la varilla b.



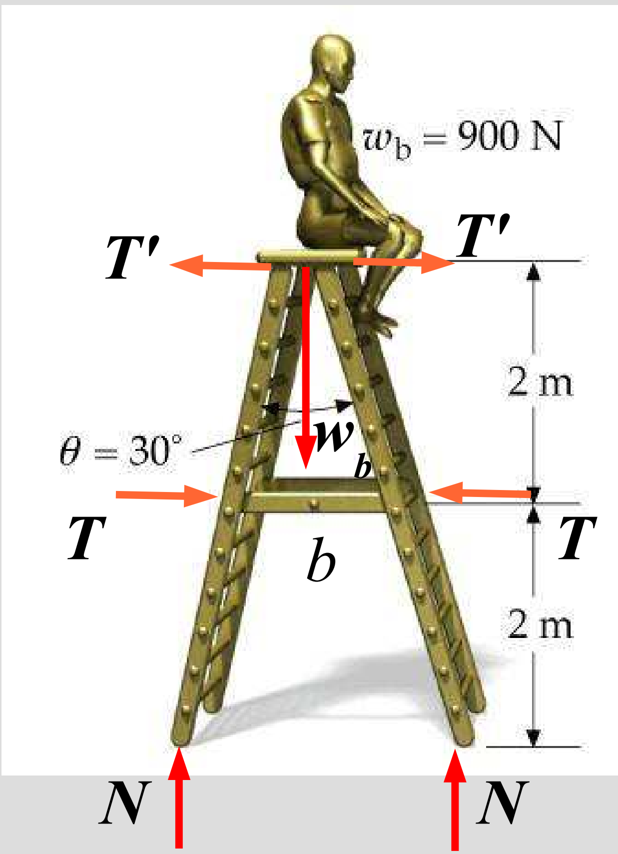
Cálculo de N:

Tomando todo el conjunto:

$$\sum \vec{F}_y = 2N - w_b = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = \frac{w_b}{2}}$$

8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

Ejemplo: Un hombre de 900N de peso está subido en lo alto de una escalera de masa despreciable como muestra la figura. Determinar la reacción en cada pata de la escalera y la tensión que soporta la varilla b.



Cálculo de N:

Tomando todo el conjunto:

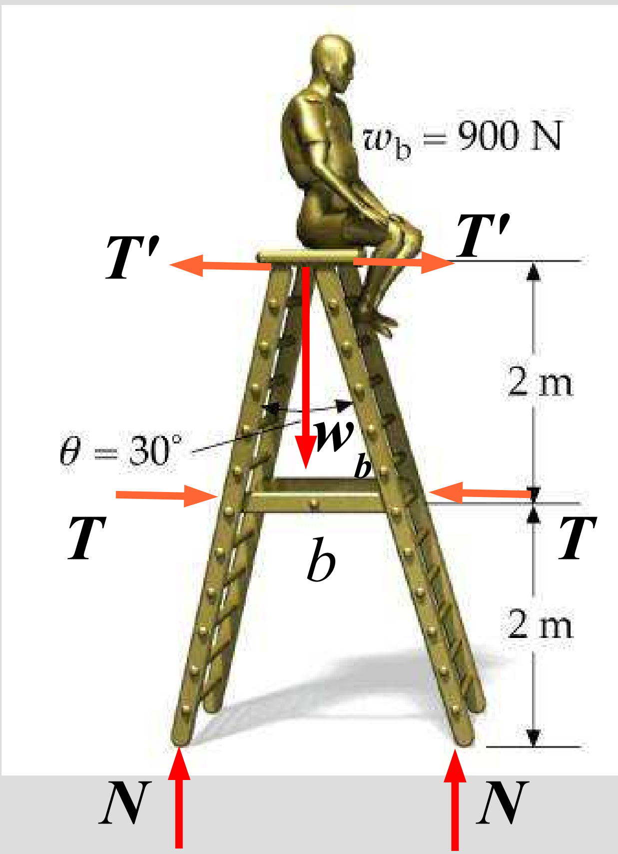
$$\sum \vec{F}_y = 2N - w_b = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = \frac{w_b}{2}}$$

Cálculo de T:

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Valles (ETSEIAT)

8.7. Sistemas de varios sólidos rígidos

Ejemplo: Un hombre de 900N de peso está subido en lo alto de una escalera de masa despreciable como muestra la figura. Determinar la reacción en cada pata de la escalera y la tensión que soporta la varilla b.



Cálculo de N:

Tomando todo el conjunto:

$$\sum \vec{F}_y = 2N - w_b = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = \frac{w_b}{2}}$$

Cálculo de T:

Tomando un brazo de la escalera:

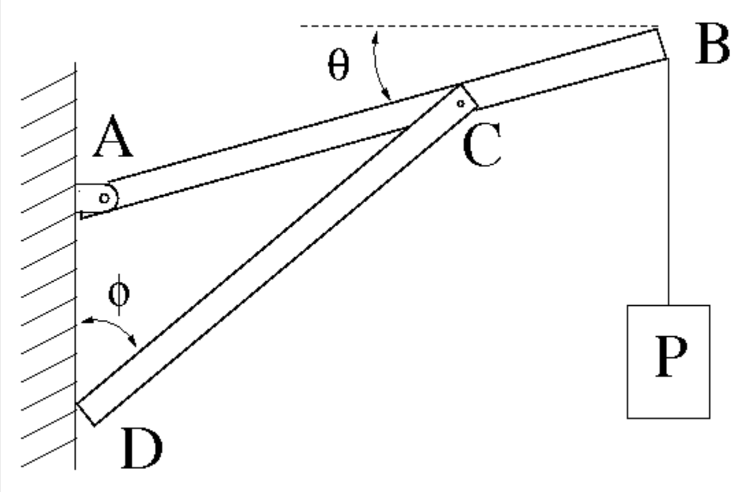
$$\sum M_A = N \cdot 4 \tan(\theta) - T \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 2N \cdot \tan(\theta)}$$

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Valles (ETSEIAT)

Lección 8. Estática del sólido rígido

Ejercicio 8.5: El mecanismo mostrado en la figura permite suspender pequeños cuerpos a diferentes alturas variando el punto donde el extremo D de la barra DC es apoya en la pared rugosa. En la situación indicada: AB=91cm, DC=85cm, θ=14º, Φ=51º, P=100N y podemos menospreciar la masa de las barras. Para este mecanismo en la posición indicada se pide:



(a) Determina las distancias AC i AD (1 p)

(b) Dibuja el diagrama de sólido libre (DSL) de la barra AB, teniendo en cuenta que la reacción en el punto C tiene la dirección de la barra DC. (1 p)

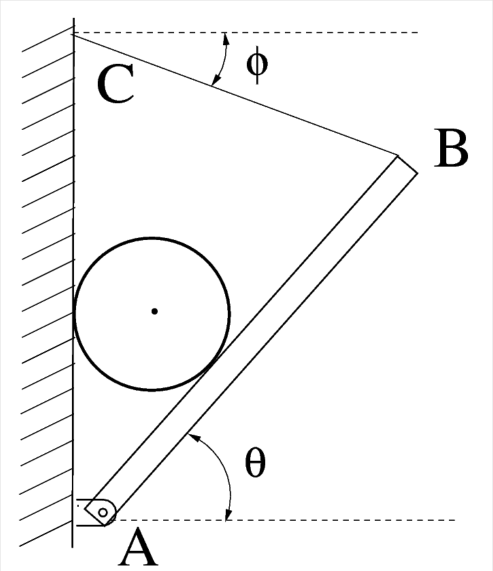
(c) Calcula el valor de la reacción en los puntos C y A (justifica razonadamente los pasos realizados). (4 p)

(d) Dibuja el DSL de la barra DC y determina gráficamente el coeficiente de rozamiento mínimo necesario en D pera mantener el equilibrio. (2 p)

(e) Existe algún valor de θ pera el cual la fuerza de rozamiento en D sea igual al peso P?. Razona la respuesta. (2 p)

Lección 8. Estática del sólido rígido

Ejercicio 8.6: Un cilindro de radio R y masa M se sostiene contra una pared por una barra de longitud L y masa m. La barra está articulada a la pared en su extremo A y unida mediante una cuerda en B como muestra la figura. No hay rozamiento entre el cilindro y la pared ni entre éste y la barra. Para este sistema se pide:



(a) Dibujar los diagramas de sólido libre del cilindro y la barra correspondientes a la situación de equilibrio (2 p)

(b) Calcular las reacciones en los puntos del cilindro que tocan con la barra y con la pared. (2 p)

(c) Calcula la tensión en la cuerda. (3 p)

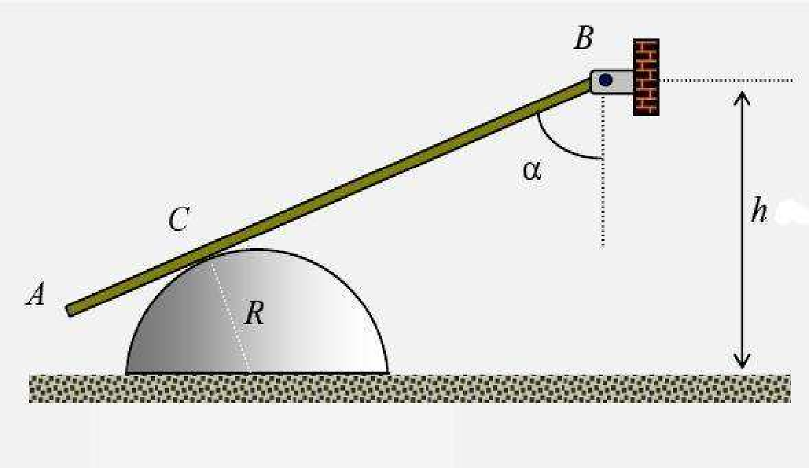
(d) Calcular el vector reacción en la articulación. (3 p)

Datos: R=0.25m, L=1m, M=4kg, m=2kg, θ=45º, Φ=30º,

Solución: N_1=55.4 N, N_2=39.2 N, T=49N, A_x=3.22 N, A_y=34.3 N

Lección 8. Estática del sólido rígido

Ejercicio: *Un semicilindro de peso Q=60N y radio R se apoya sobre una superficie horizontal rugosa. Una barra de peso P=100N y longitud L=5R, articulada en B, se apoya sobre el semicilindro en C como muestra la figura. Si el sistema está en equilibrio, AC=R, h= 3.195 R y no hay rozamiento entre el semicilindro y la barra, se pide:*



a) Valor del ángulo α
b) Diagrama de sólido libre de la barra.
c) Normal en C y reacciones en la articulación
d) Mínimo coeficiente de rozamiento necesario para mantener el equilibrio

Solución:
$\theta = 53.2º$, N_C=50N, B_x=30N, B_y=60N, μ =0.3

Lección 3: Cuestiones estática del SR (contesta razonadamente).

1. El momento de un vector deslizante respecto de tres puntos alineados es siempre el mismo.

2. Un sistema de fuerzas es siempre equivalente a un vector deslizante único.

3. La suma gráfica de las fuerzas que actúan sobre un S.R. en equilibrio forma siempre un polígono cerrado.

4. Un sólido sometido a tres fuerzas paralelas nunca puede estar en equilibrio estático.

5. Una fuerza es un vector deslizante porque se puede aplicar en cualquier punto del sólido rígido.

6. Si sobre un cuerpo rígido actúa un sistema de fuerzas concurrentes en un punto y su resultante es cero, entonces el cuerpo esta en equilibrio.

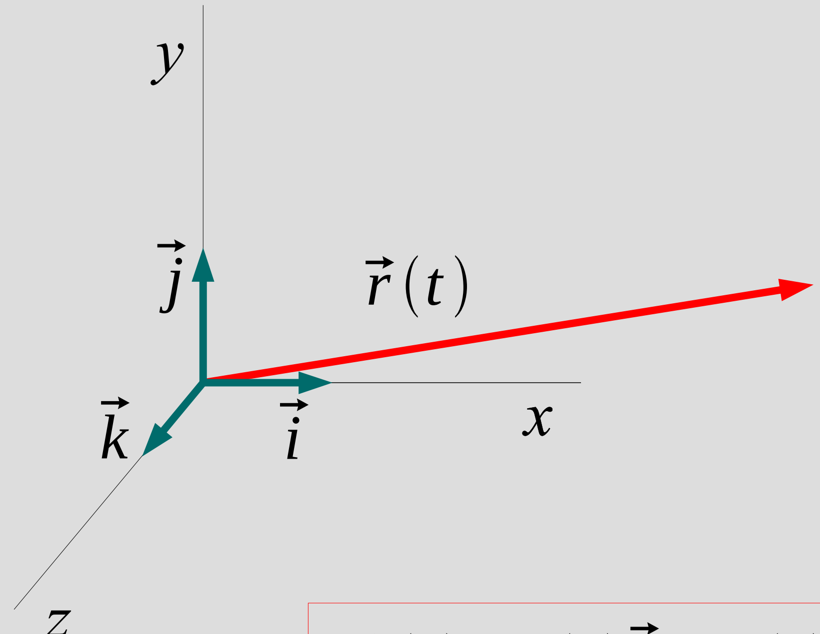
7. Si sobre un sólido rígido en equilibrio actúan más de tres fuerzas coplanarias no paralelas, éstas formarán, puestas una a continuación de la otra, un polígono cerrado.

8.La condición necesaria y suficiente para que un sólido rígido sometido a tres fuerzas este en equilibrio es que su suma sea cero.

5.1. Conceptos básicos

Vector velocidad

- La velocidad nos indica cómo cambia la posición de la partícula dividido entre en el tiempo empleado
- **En una dimensión:**



$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$