

Física I

(Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales)

TEMA 1:

CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

Parte de las figuras cedidas por W.H. Freeman/Worth, pertenecientes al libro
“Física, 4a. Ed.”, P.A. Tipler, Ed. Reverté

Tema 1: Cinemática de la partícula

Lección 1. Cinemática de la partícula

- 1.1. Conceptos básicos.
(r , v , a , *trayectoria*)
- 1.2. Movimiento rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado
- 1.3. Movimiento rectilíneo con aceleración no constante
- 1.4. Movimiento curvilíneo.
Componentes intrínsecas de la ac.
- 1.5. Coordenadas polares planas de la velocidad y la aceleración
- 1.6. Movimiento plano con a constante
- 1.7. Movimiento circular
- 1.8. Movimientos no planos

Lección 2. Sistemas de referencia en movimiento relativo.

- 2.1 Mov. Relativo de traslación uniforme
- 2.2 Mov. Relativo de rotación

Tema 1: Cinemática de la partícula

Lección 1. Cinemática de la partícula

- 1.1. Conceptos básicos.
(r , v , a , *trayectoria*)
- 1.2. Movimiento rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado
- 1.3. Movimiento rectilíneo con aceleración no constante
- 1.4. Movimiento curvilíneo.
Componentes intrínsecas de la ac.
- 1.5. Coordenadas polares planas de la velocidad y la aceleración
- 1.6. Movimiento plano con a constante
- 1.7. Movimiento circular
- 1.8. Movimientos no planos

Lección 2. Sistemas de referencia en movimiento relativo.

- 2.1 Mov. Relativo de traslación uniforme
- 2.2 Mov. Relativo de rotación

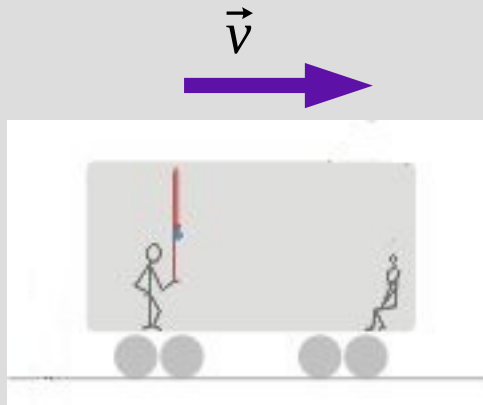
2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

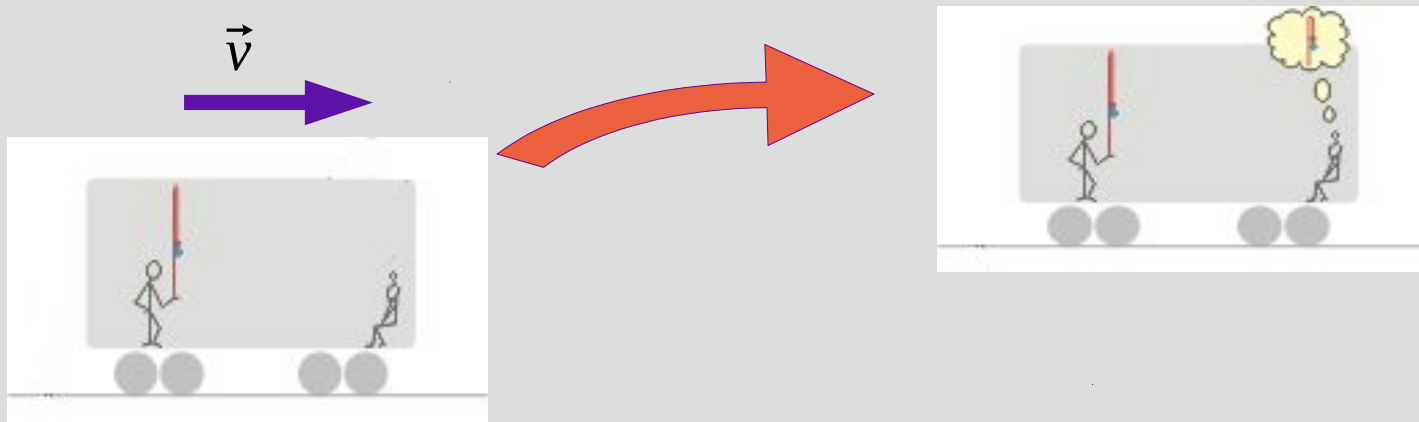
Ejemplo: tren en movimiento uniforme



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

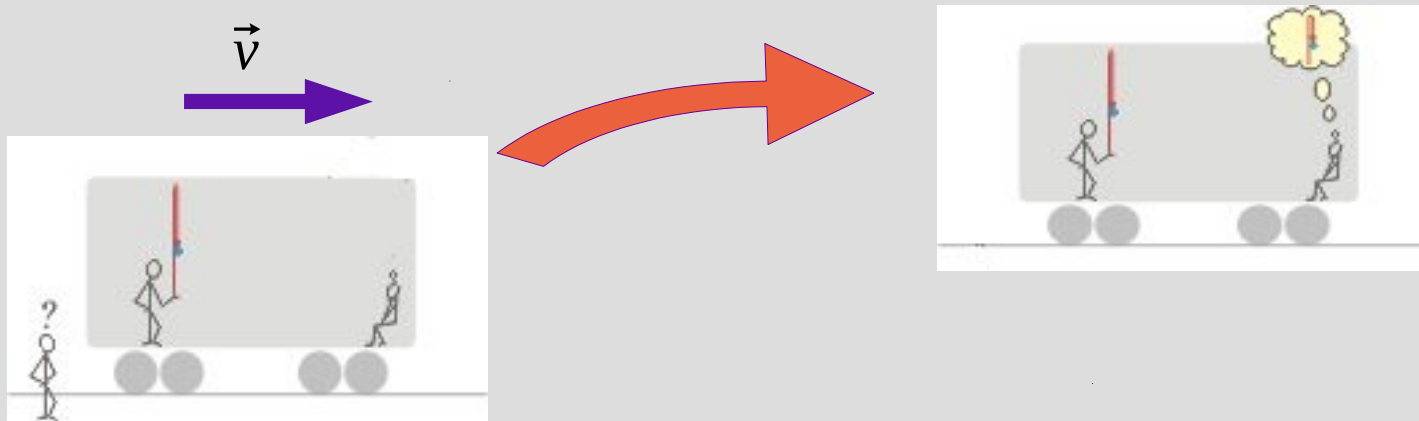
Ejemplo: tren en movimiento uniforme



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

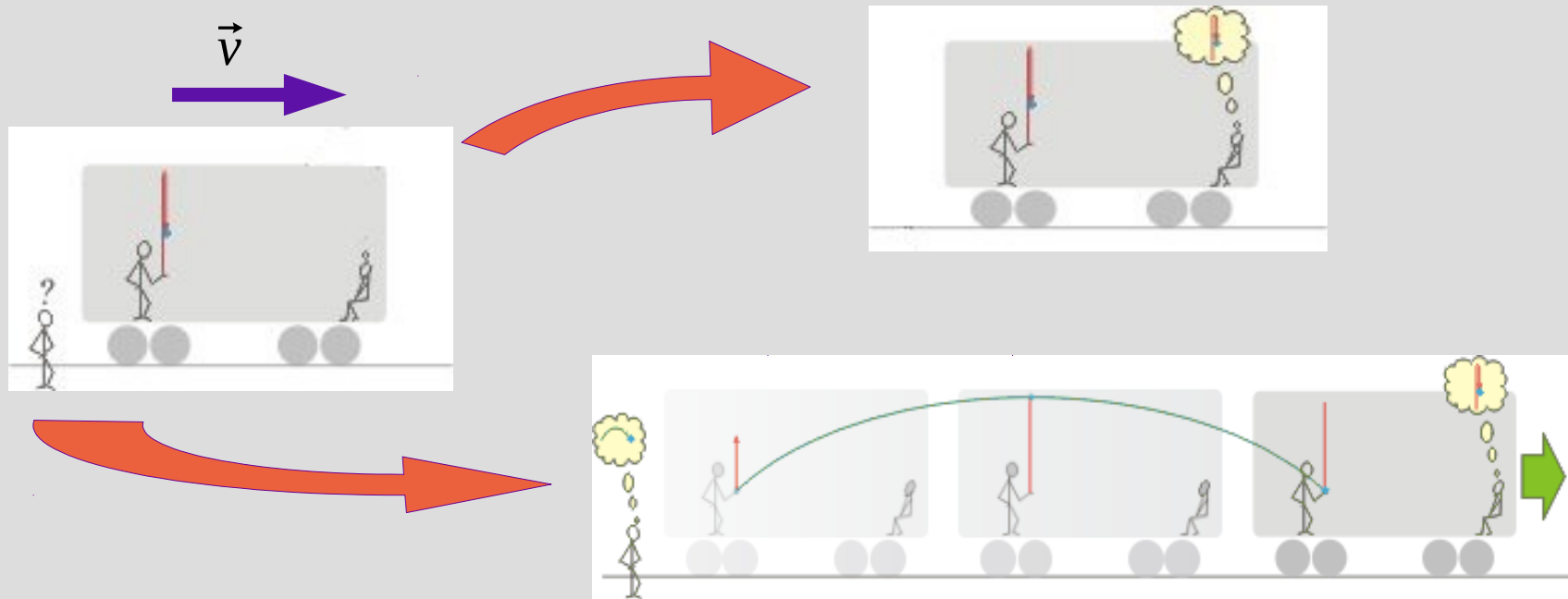
Ejemplo: tren en movimiento uniforme



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

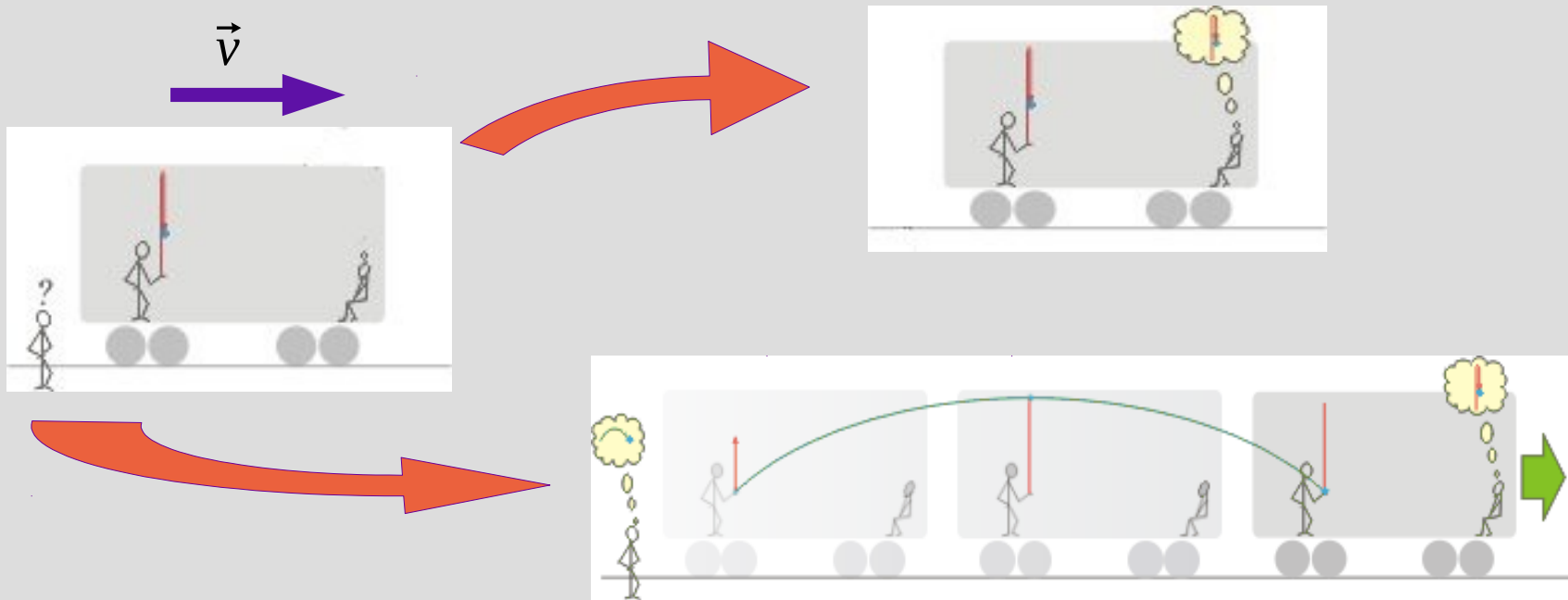
Ejemplo: tren en movimiento uniforme



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

Ejemplo: tren en movimiento uniforme

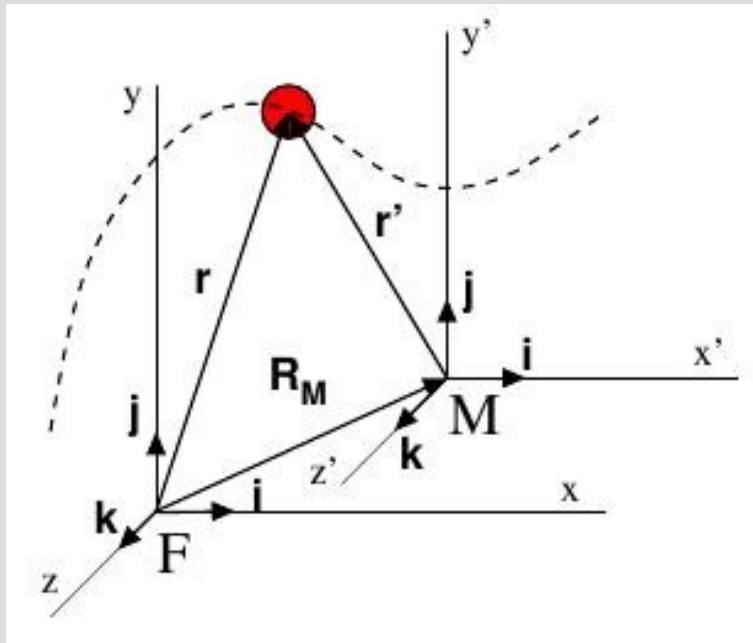


Queremos encontrar cómo cambian las ecuaciones del movimiento cuando los sistemas de referencia están en movimiento relativo

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

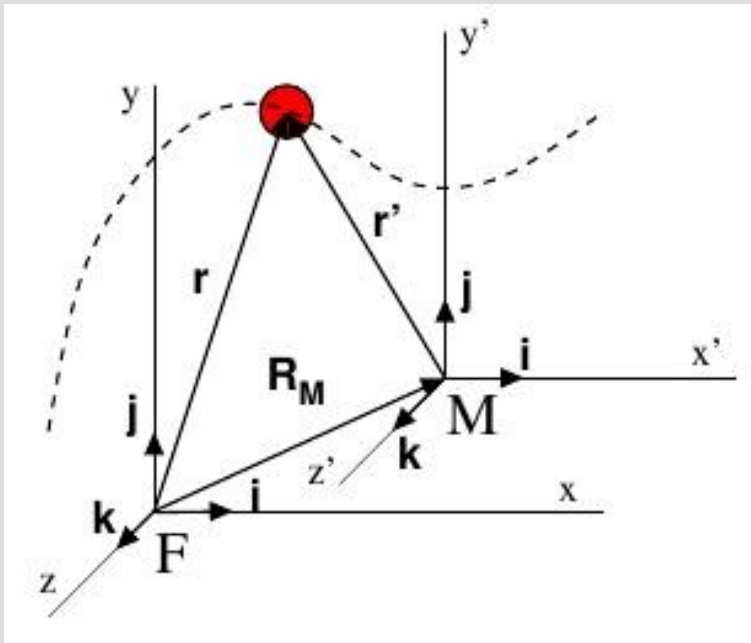
M se mueve con $v=cte$ respecto de F



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

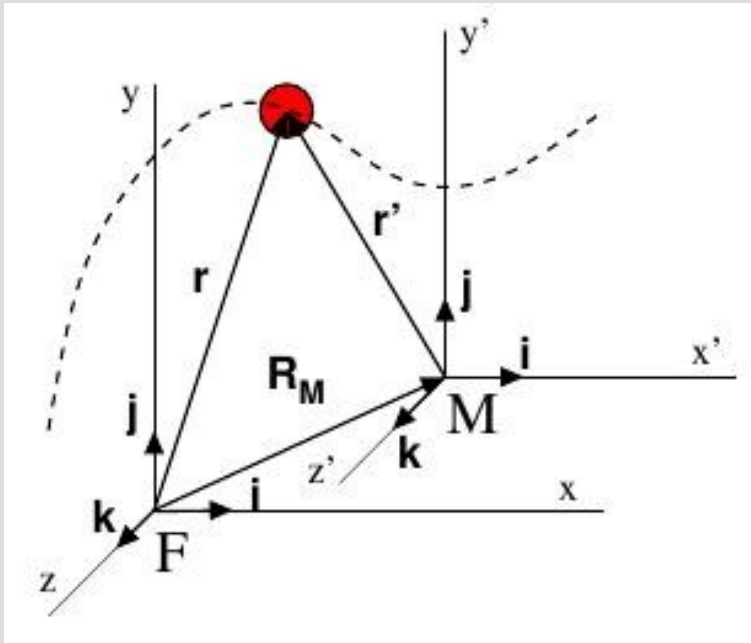
M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte$



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

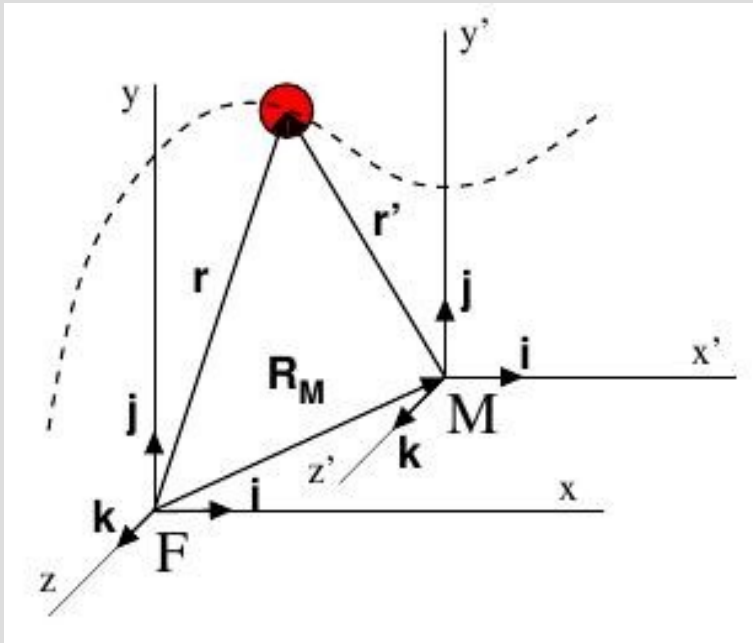
M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt$



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

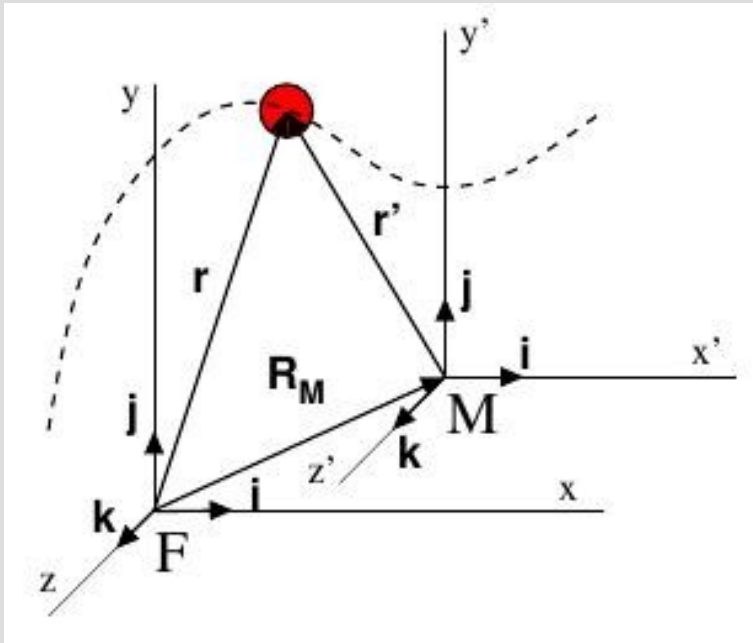
M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0$



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0$

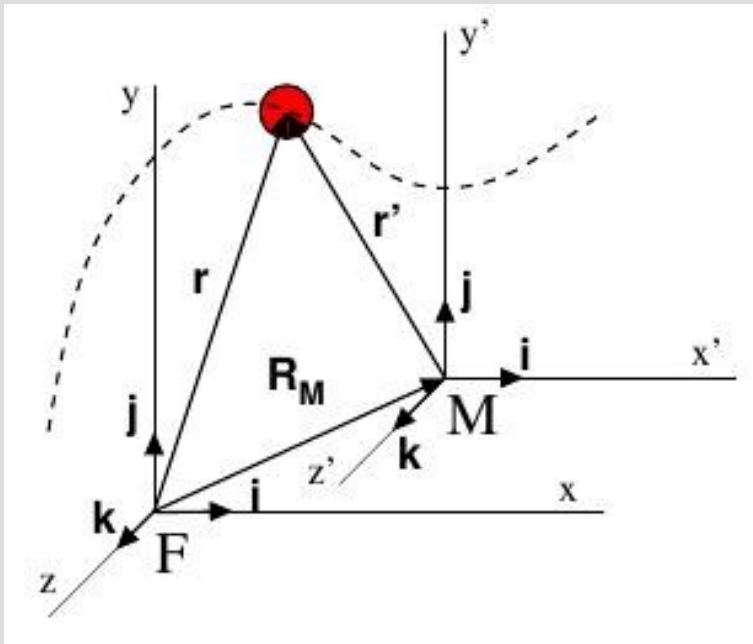


Relación entre r y r'

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0$



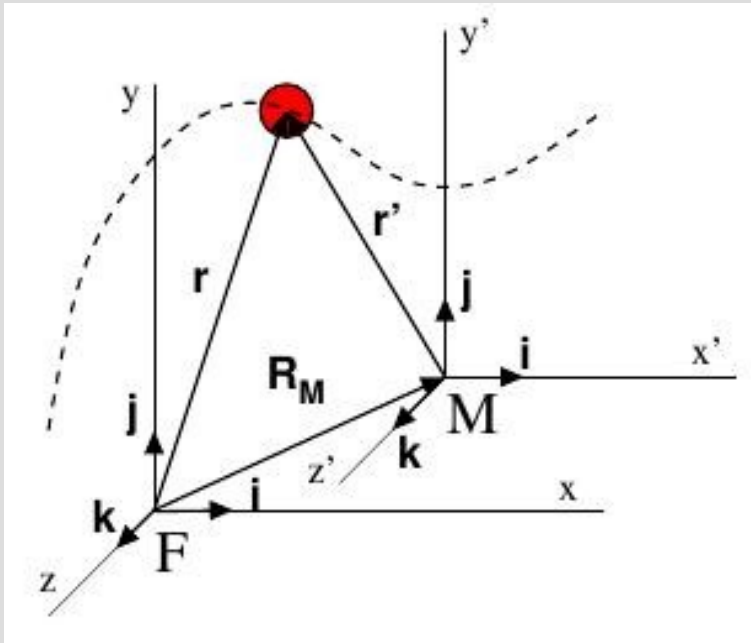
Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0$



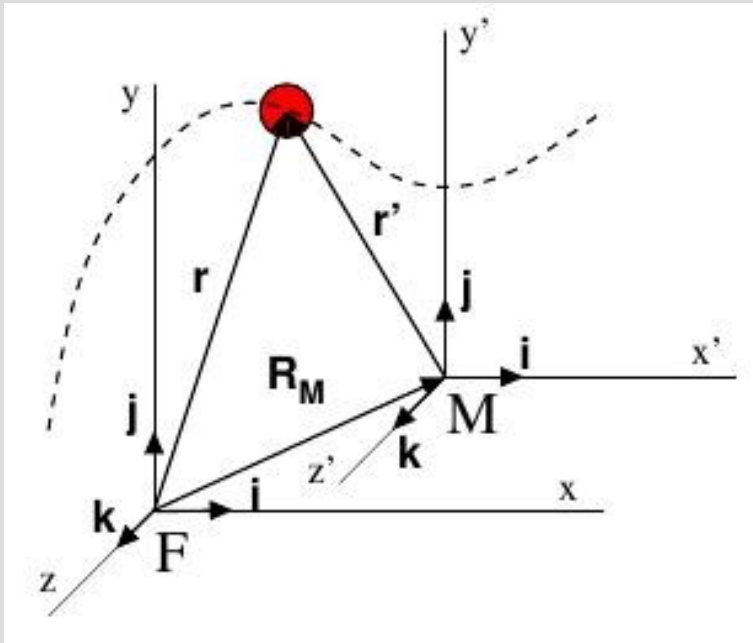
Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}' \rightarrow \vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}'$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0$



Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}' \rightarrow \vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}'$$

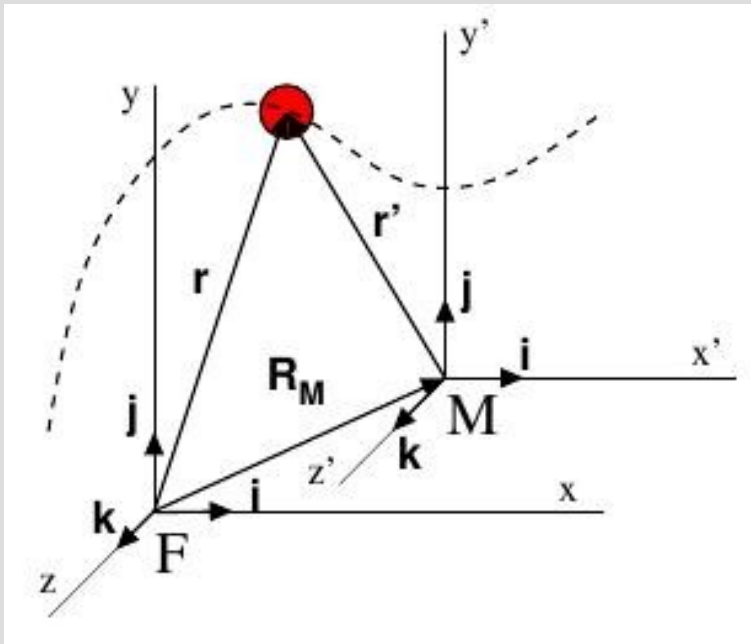
Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{R}_M + \vec{r}')$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \boxed{\vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0}$



Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}' \rightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}'}$$

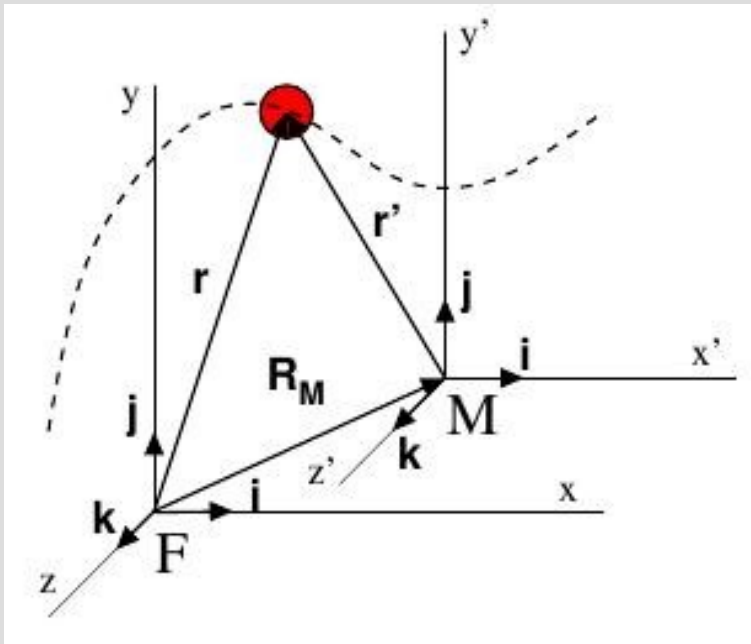
Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{R}_M + \vec{r}') \rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'}$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \boxed{\vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0}$



Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}' \rightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}'}$$

Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{R}_M + \vec{r}') \rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'}$$

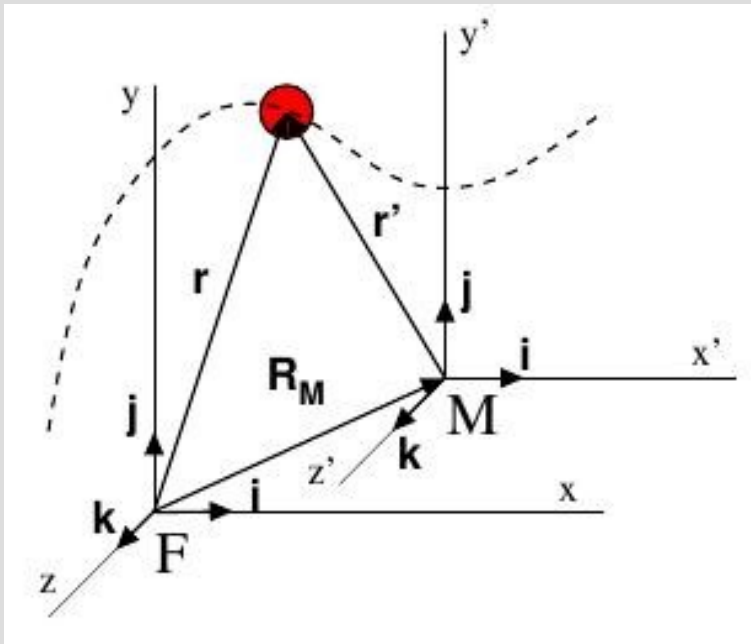
Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{V}_M + \vec{v}')$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \boxed{\vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0}$



Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}' \rightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}'}$$

Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{R}_M + \vec{r}') \rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'}$$

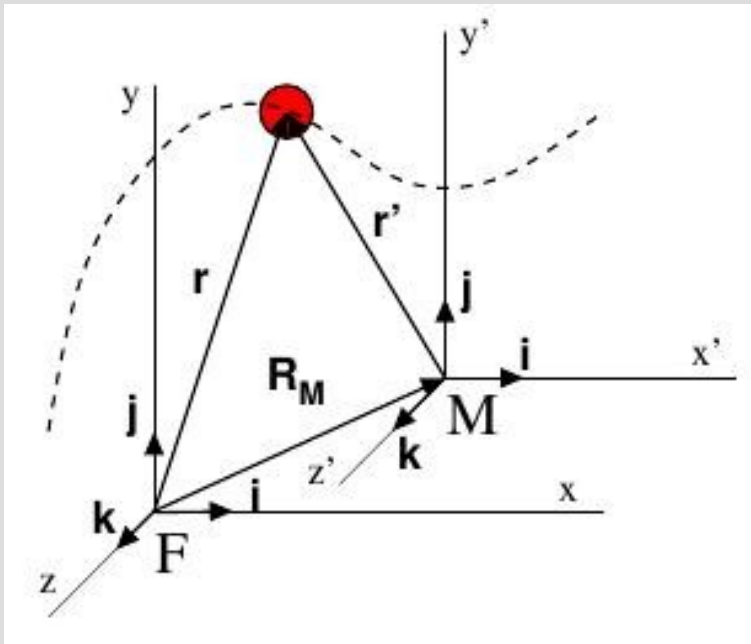
Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{V}_M + \vec{v}') \rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo (F) y móvil (M)

M se mueve con $v=cte$ respecto de F $\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \boxed{\vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0}$



Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}' \rightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}'}$$

Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{R}_M + \vec{r}') \rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'}$$

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{V}_M + \vec{v}') \rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

Transformaciones
de Galileo

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Trabajar en componentes con las transformaciones de Galileo:

$$\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Trabajar en componentes con las transformaciones de Galileo:

Tomaremos \vec{V}_M a lo largo de un eje

$$\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{r}'$$

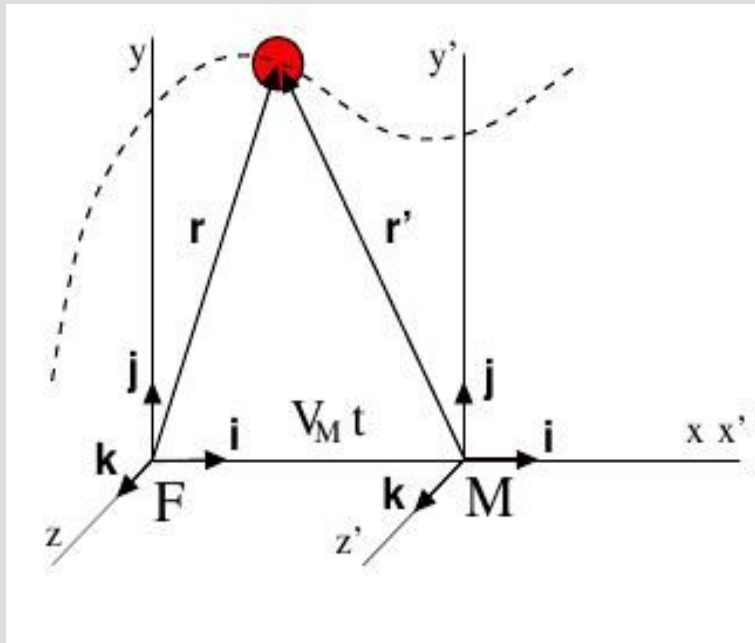
$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Trabajar en componentes con las transformaciones de Galileo:

Tomaremos \vec{V}_M a lo largo de un eje



$$\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{r}'$$

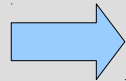
$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Trabajar en componentes con las transformaciones de Galileo:

Tomaremos \vec{V}_M a lo largo de un eje

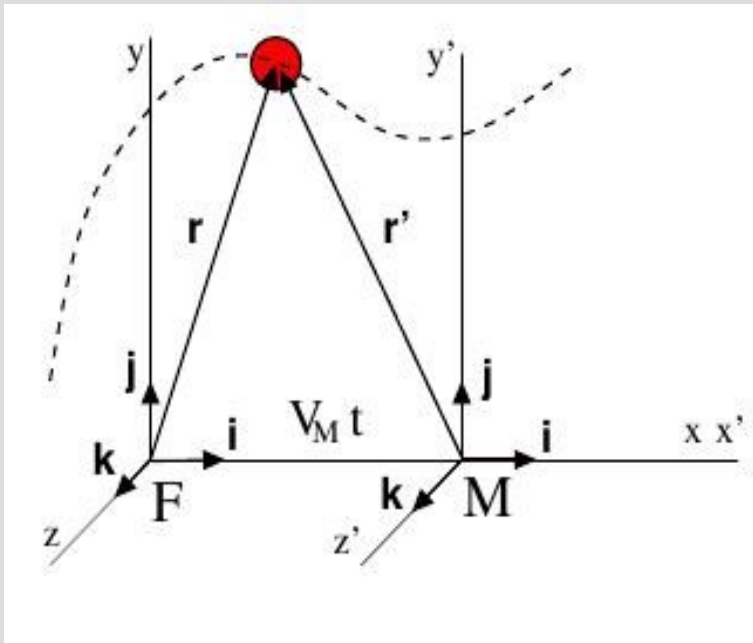


$$\vec{V}_M = V_M \vec{i}$$

$$\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

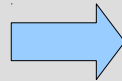
$$\vec{a} = \vec{a}'$$



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Trabajar en componentes con las transformaciones de Galileo:

Tomaremos \vec{V}_M a lo largo de un eje

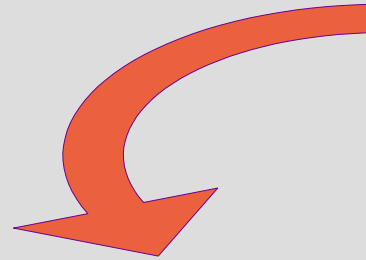
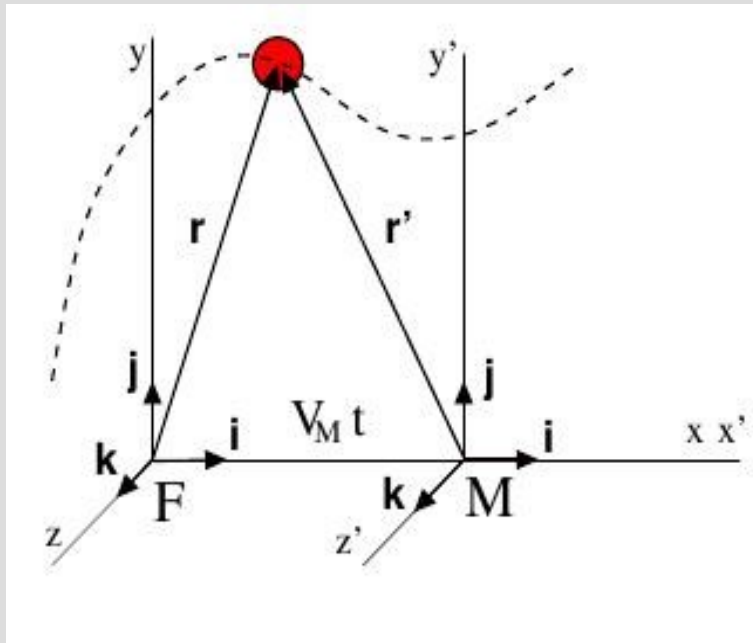


$$\vec{V}_M = V_M \vec{i}$$

$$\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$



$$x = V_M t + x' \quad y = y' \quad z = z'$$

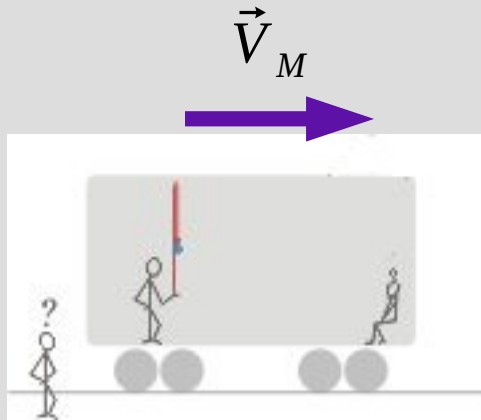
$$v_x = V_M + v'_x \quad v_y = v'_y \quad v_z = v'_z$$

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y \quad a_z = a'_z$$

Transformaciones de Galileo en componentes

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: un hombre lanza verticalmente una pelota dentro de un tren que se mueve a velocidad constante. ¿Qué movimiento realizará la pelota vista desde el andén de la estación?



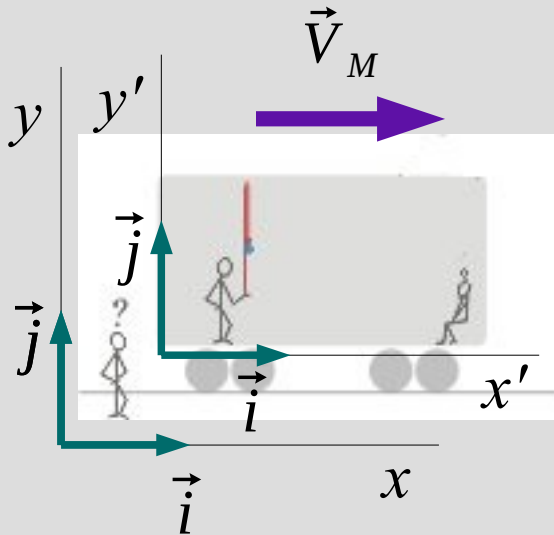
$$x = V_M t + x' \quad y = y'$$

$$v_x = V_M + v'_x \quad v_y = v'_y$$

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: un hombre lanza verticalmente una pelota dentro de un tren que se mueve a velocidad constante. ¿Qué movimiento realizará la pelota vista desde el andén de la estación?



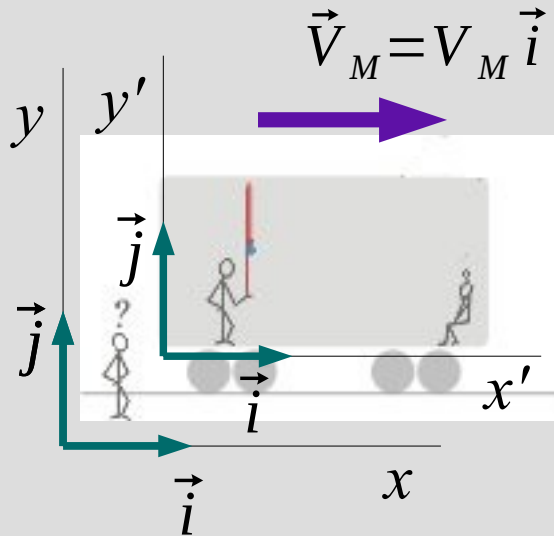
$$x = V_M t + x' \quad y = y'$$

$$v_x = V_M + v'_x \quad v_y = v'_y$$

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: un hombre lanza verticalmente una pelota dentro de un tren que se mueve a velocidad constante. ¿Qué movimiento realizará la pelota vista desde el andén de la estación?



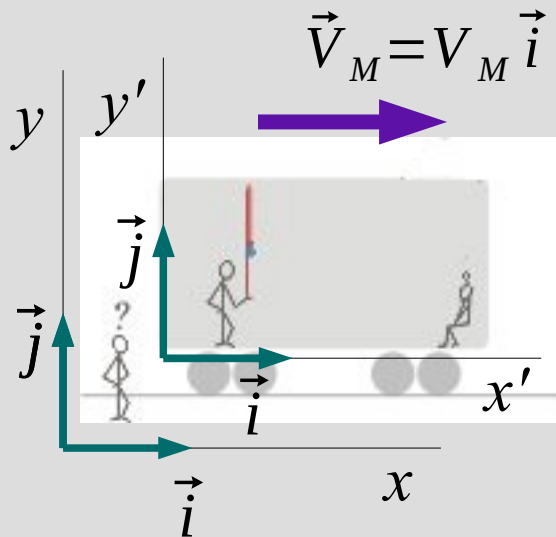
$$x = V_M t + x' \quad y = y'$$

$$v_x = V_M + v'_x \quad v_y = v'_y$$

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: un hombre lanza verticalmente una pelota dentro de un tren que se mueve a velocidad constante. ¿Qué movimiento realizará la pelota vista desde el andén de la estación?



$$x' = cte \quad y' = -\frac{g}{2}t^2 + v_{0y}t$$

$$v'_x = 0 \quad v'_y = -gt + v_{0y}$$

$$a'_y = -g$$

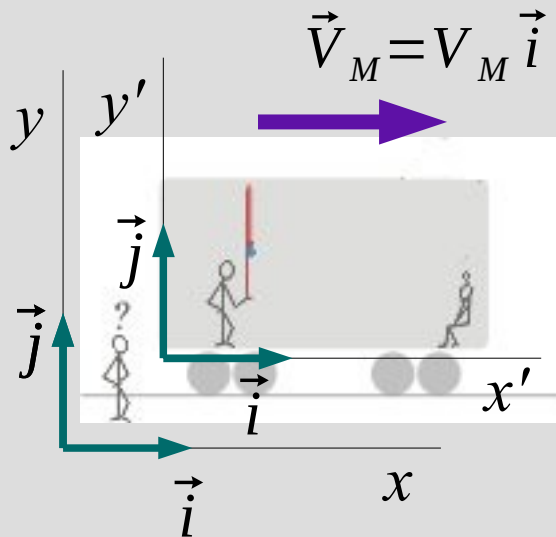
$$x = V_M t + x' \quad y = y'$$

$$v_x = V_M + v'_x \quad v_y = v'_y$$

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y$$

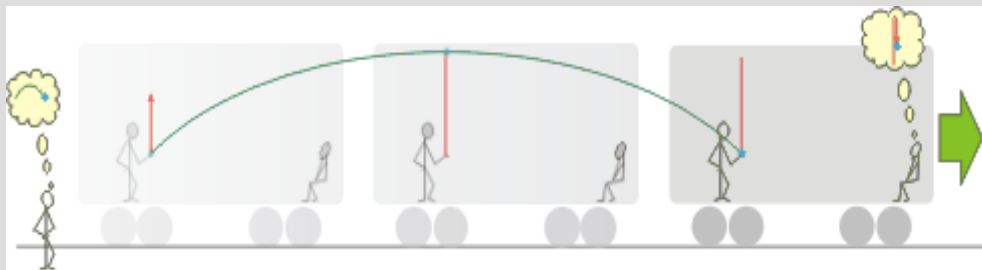
2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: un hombre lanza verticalmente una pelota dentro de un tren que se mueve a velocidad constante. ¿Qué movimiento realizará la pelota vista desde el andén de la estación?



$$\begin{aligned}
 x' &= cte & y' &= \frac{-g}{2} t^2 + v_{0y} t \\
 v'_x &= 0 & v'_y &= -gt + v_{0y} \\
 a'_y &= -g
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= V_M t + x' & y &= y' \\
 v_x &= V_M + v'_x & v_y &= v'_y \\
 a_x &= a'_x & a_y &= a'_y
 \end{aligned}$$

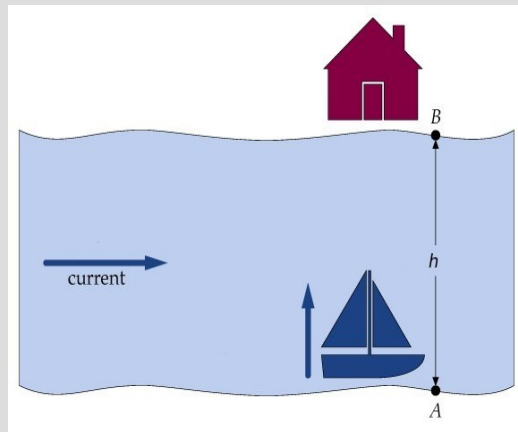


$$\begin{aligned}
 x &= V_M t + cte & y &= \frac{-g}{2} t^2 + v_{0y} t \\
 v_x &= V_M & v_y &= -gt + v_{0y} \\
 a_x &= 0 & a_y &= -g
 \end{aligned}$$

*Ecuaciones del
mov. parabólico*

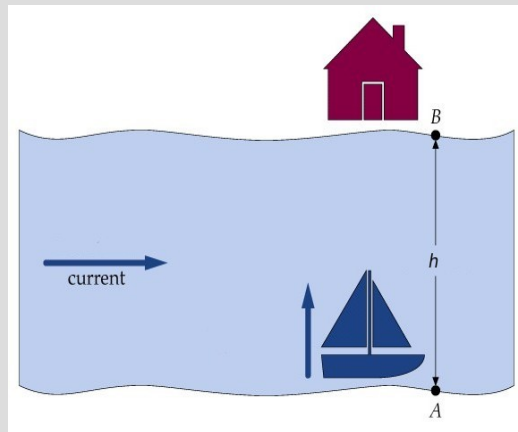
2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

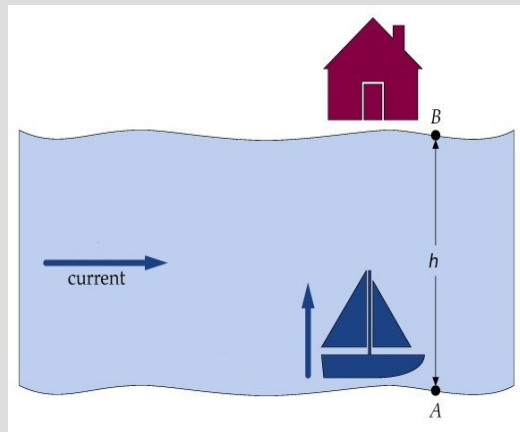
Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.



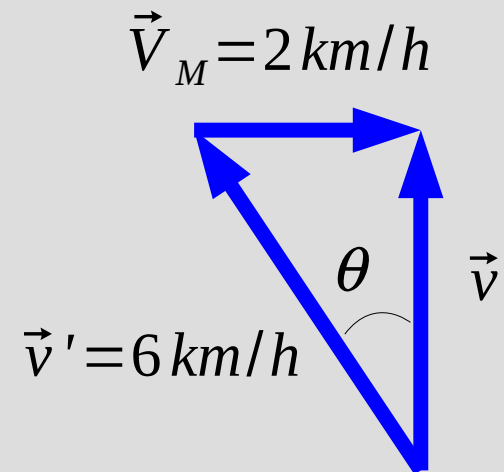
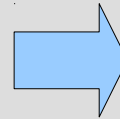
$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.

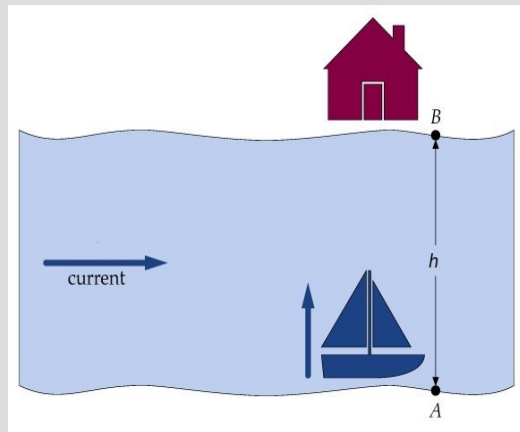


$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

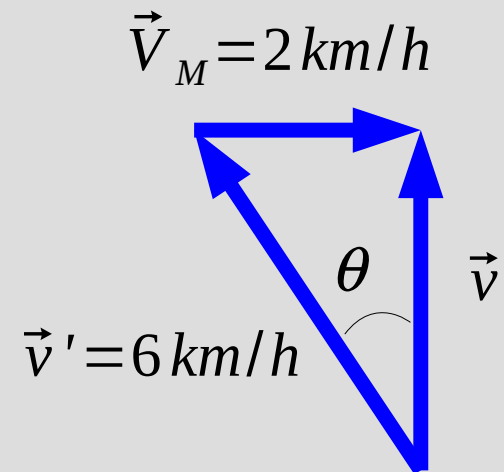
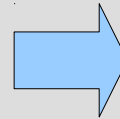


2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.



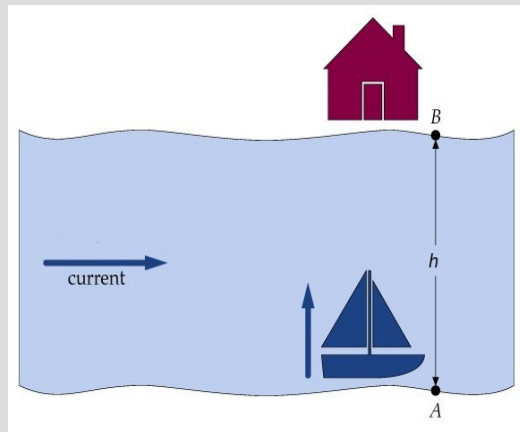
$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$



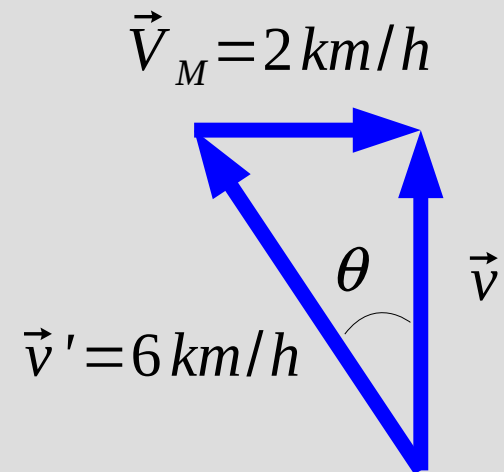
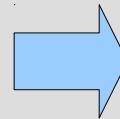
$$\sin(\theta) = \frac{V_M}{v'} = \frac{2}{6}$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.



$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

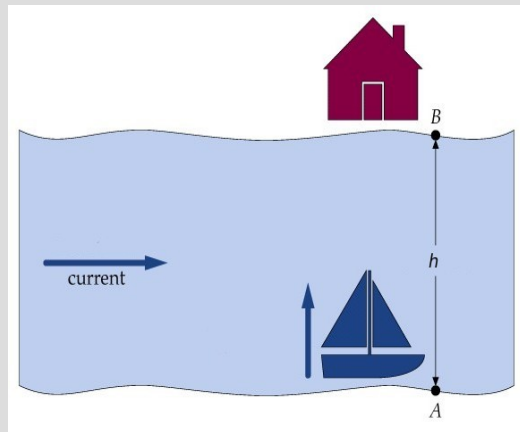


$$\sin(\theta) = \frac{V_M}{v'} = \frac{2}{6} \rightarrow$$

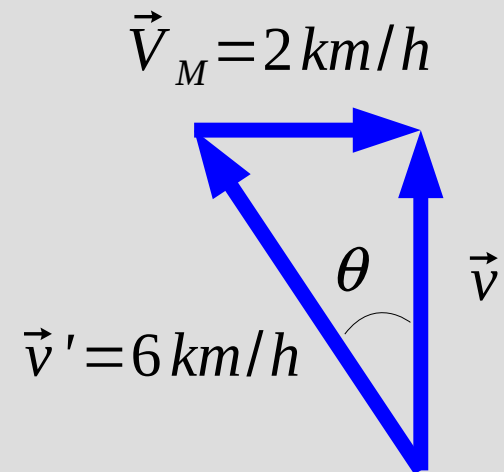
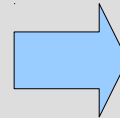
$$\theta = 19.5^\circ$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.



$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$

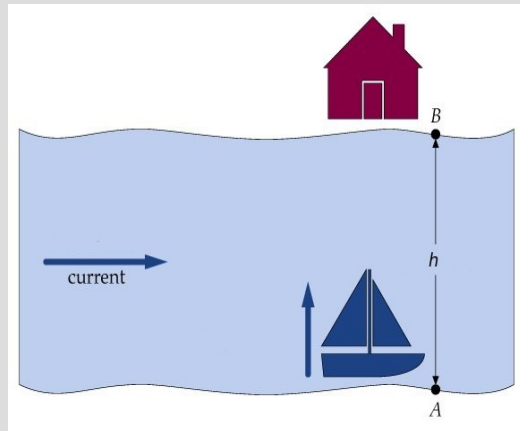


$$\sin(\theta) = \frac{V_M}{v'} = \frac{2}{6} \rightarrow \theta = 19.5^\circ$$

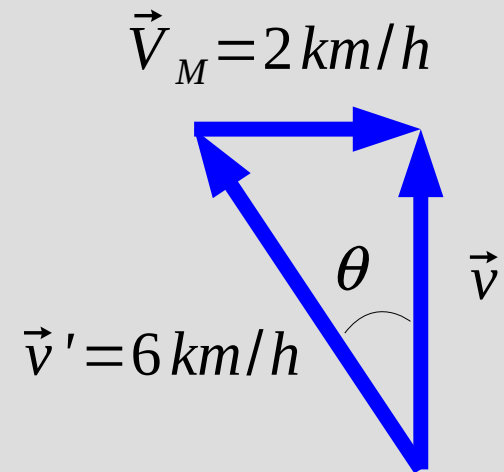
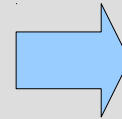
$$v = v' \cos(\theta) = 5.66\text{ km/h} = 1.56\text{ m/s}$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura $h=76\text{ m}$ entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de $v=6\text{ km/h}$. Si la corriente del río es de 2 km/h , determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.



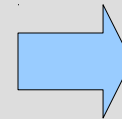
$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}'$$



$$\sin(\theta) = \frac{V_M}{v'} = \frac{2}{6} \rightarrow$$

$$\theta = 19.5^\circ$$

$$v = v' \cos(\theta) = 5.66\text{ km/h} = 1.56\text{ m/s}$$



$$t = \frac{h}{v} = \frac{76}{1.56} = 48.4\text{ s}$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejercicio: Un hombre viaja en una avioneta a una velocidad de 400km/h y dirección norte respecto del suelo. Al sobrevolar una carretera cuya dirección es este-oeste, ve pasar un automóvil que viaja hacia el este a 90km/h respecto del suelo. Desde el punto de vista del piloto de la avioneta, la velocidad del coche forma con la dirección norte-sur un ángulo de:

Solución:
12.68°

Ejercicio: Un avión se mueve hacia el norte respecto del suelo. Si el avión desarrolla una velocidad de 800km/h respecto del aire y el viento sopla a 80Km/h en dirección N-W a S-E formando un ángulo $\Theta=45^\circ$ con la dirección norte, determinar:

a) Ángulo con respecto la dirección norte con el que el piloto debe dirigir el avión para volar hacia el norte.

b) Módulo de la velocidad del avión respecto del suelo.

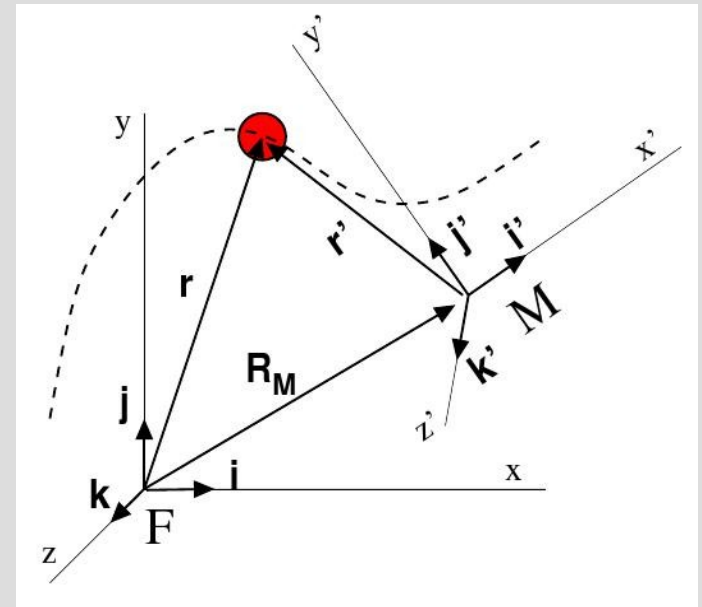
Solución:
4.05°
741 km/h

(Laboratorio virtual': <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/relativo/relativo.htm>)

2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F**
con vector vel. angular $\vec{\omega}$

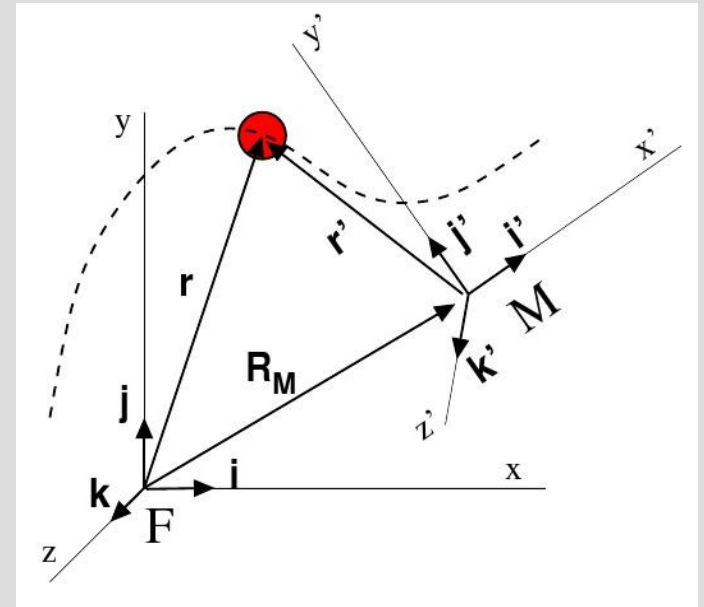


2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.



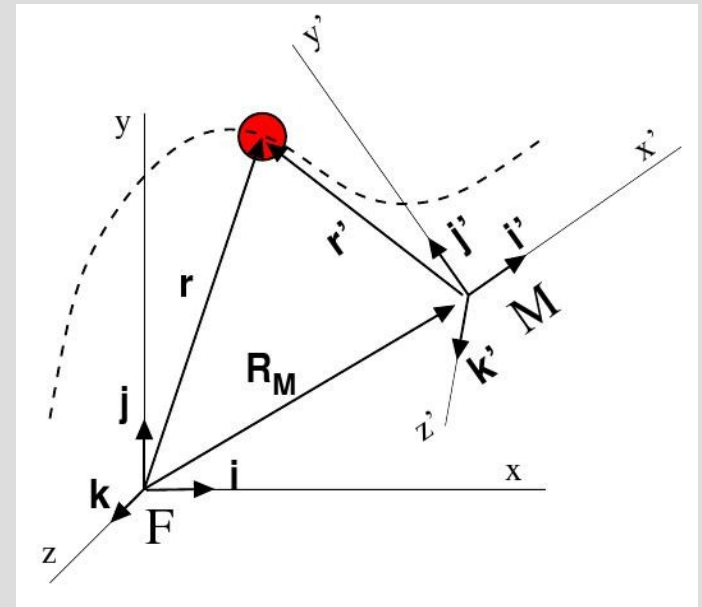
2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F**
con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya
no son iguales.

\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando
vistos desde **F**



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

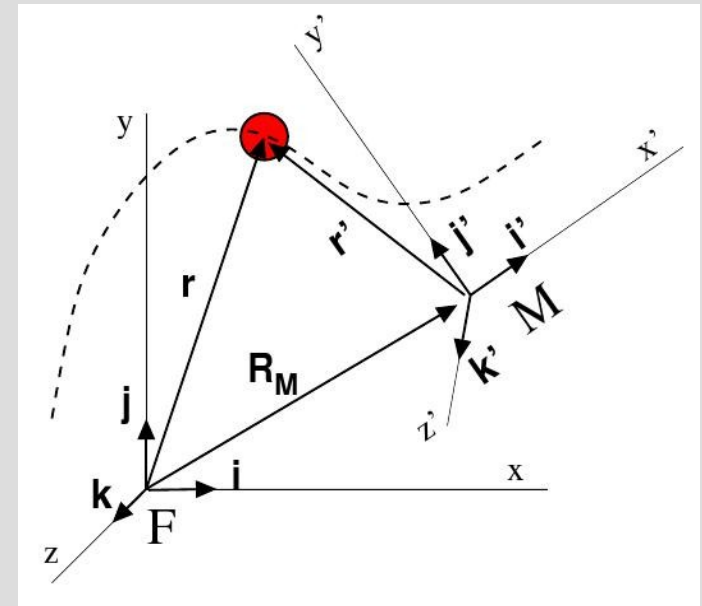
M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

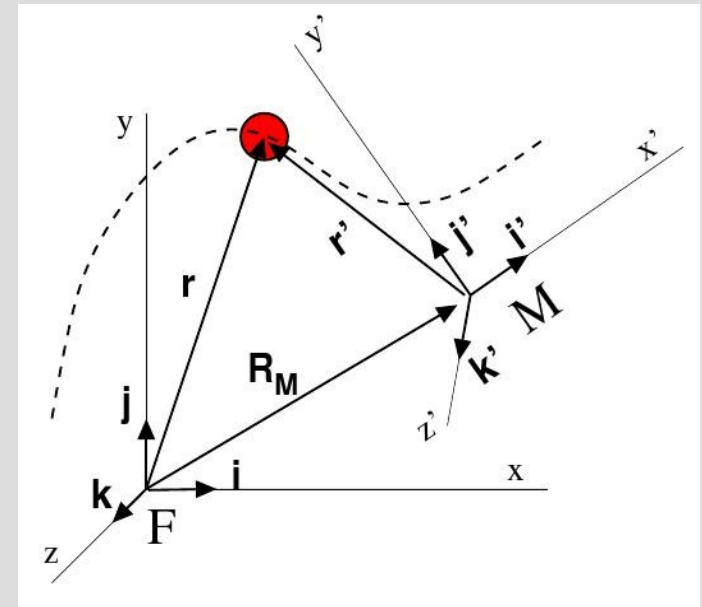
Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}'$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

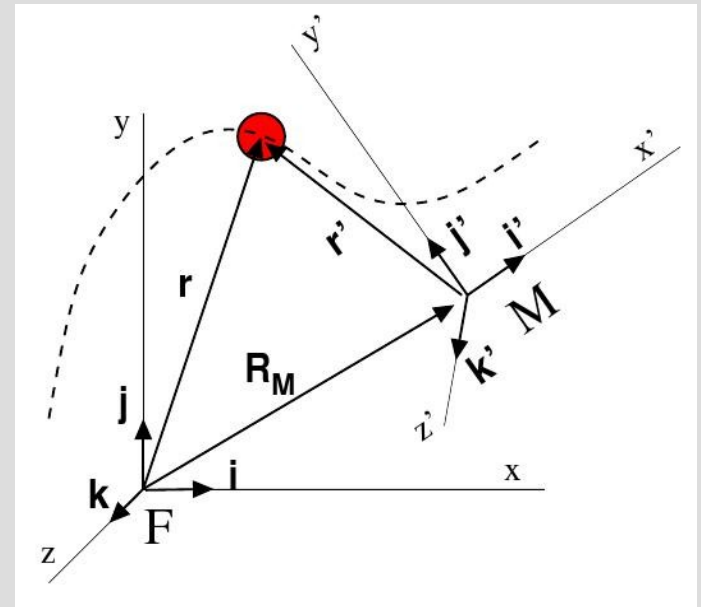
\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}'$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F =$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

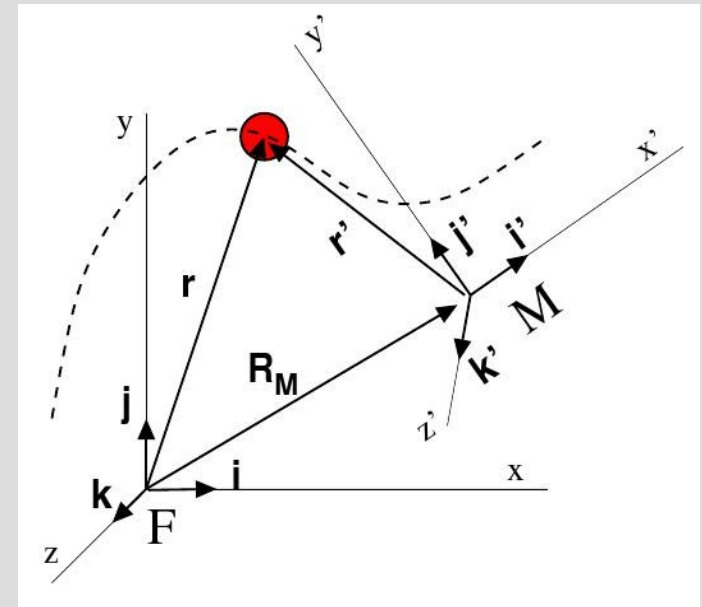
\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}'$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}' + x' \frac{d\vec{i}'}{dt} + y' \frac{d\vec{j}'}{dt} + z' \frac{d\vec{k}'}{dt}$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

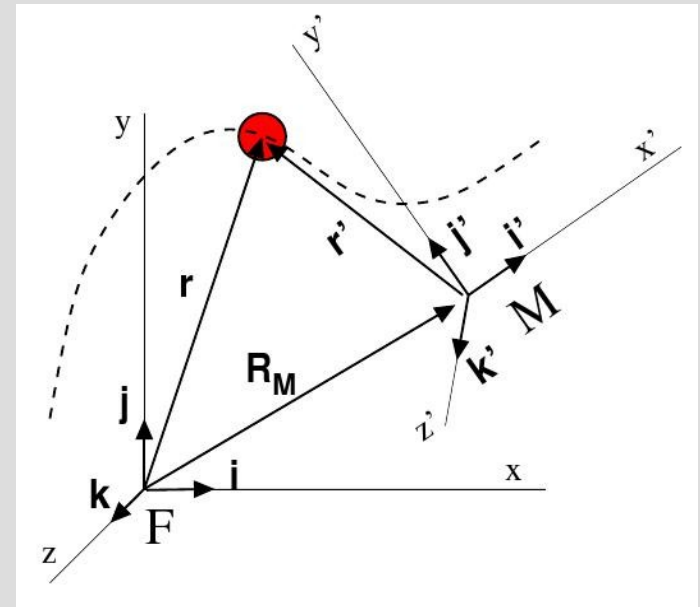
\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}' \quad \frac{d\vec{k}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}'$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}' + x' \frac{d\vec{i}'}{dt} + y' \frac{d\vec{j}'}{dt} + z' \frac{d\vec{k}'}{dt}$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

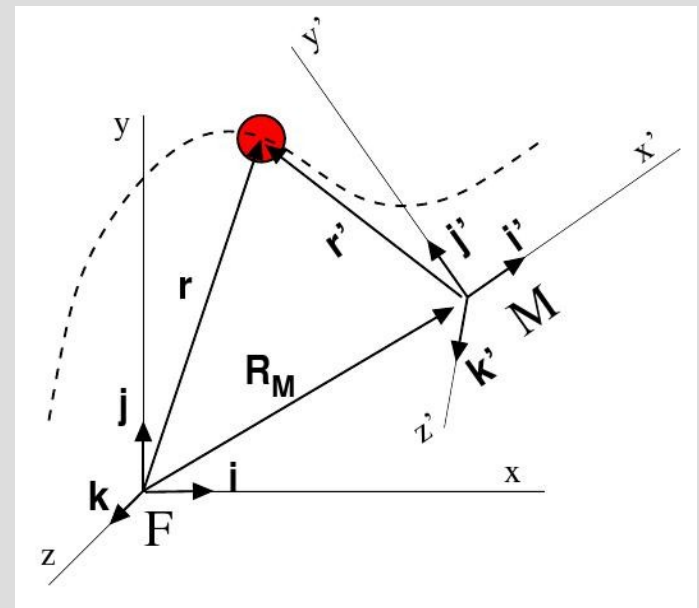
Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}'$$

$$\frac{d\vec{k}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}'$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}' + x' \frac{d\vec{i}'}{dt} + y' \frac{d\vec{j}'}{dt} + z' \frac{d\vec{k}'}{dt}$$



$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

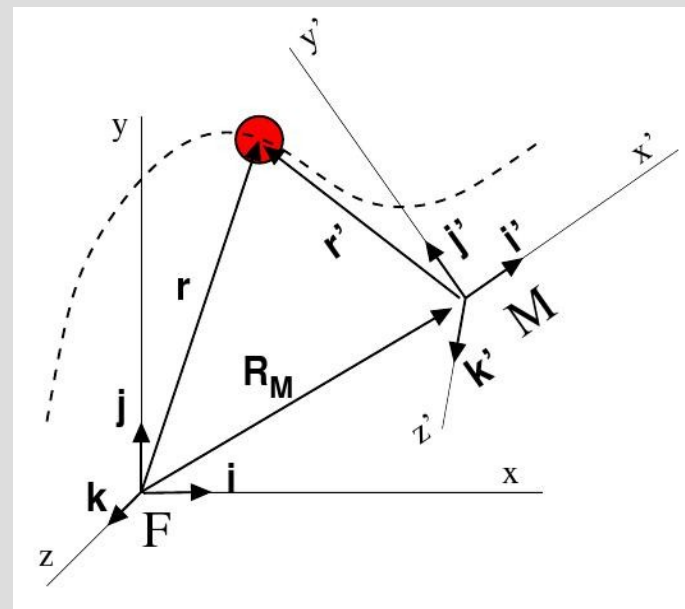
$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}'$$

$$\frac{d\vec{k}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}'$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}' + x' \frac{d\vec{i}'}{dt} + y' \frac{d\vec{j}'}{dt} + z' \frac{d\vec{k}'}{dt}$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

$$\left. \frac{d\bigcirc}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\bigcirc}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \bigcirc$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de **F** con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

\vec{i}' , \vec{j}' y \vec{k}' \longleftrightarrow Van cambiando vistos desde **F**

Derivar un vector en la base **F** o **M** ya no es lo mismo:

$$\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'$$

$$\vec{v}' = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}'$$

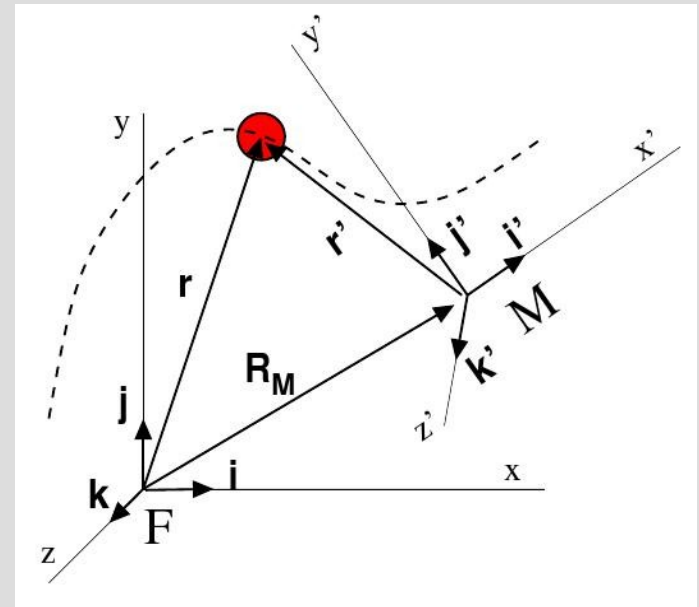
$$\frac{d\vec{k}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}'$$

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

$$\left. \frac{d\bigcirc}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\bigcirc}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \bigcirc$$

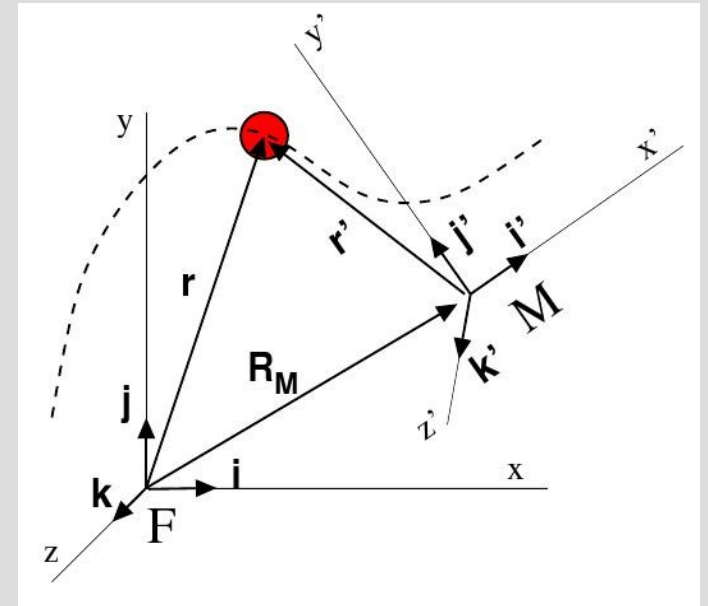
$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F = \frac{dx'}{dt} \vec{i}' + \frac{dy'}{dt} \vec{j}' + \frac{dz'}{dt} \vec{k}' + x' \frac{d\vec{i}'}{dt} + y' \frac{d\vec{j}'}{dt} + z' \frac{d\vec{k}'}{dt}$$

Operador derivada en base móvil



2.2. Movimiento relativo de rotación

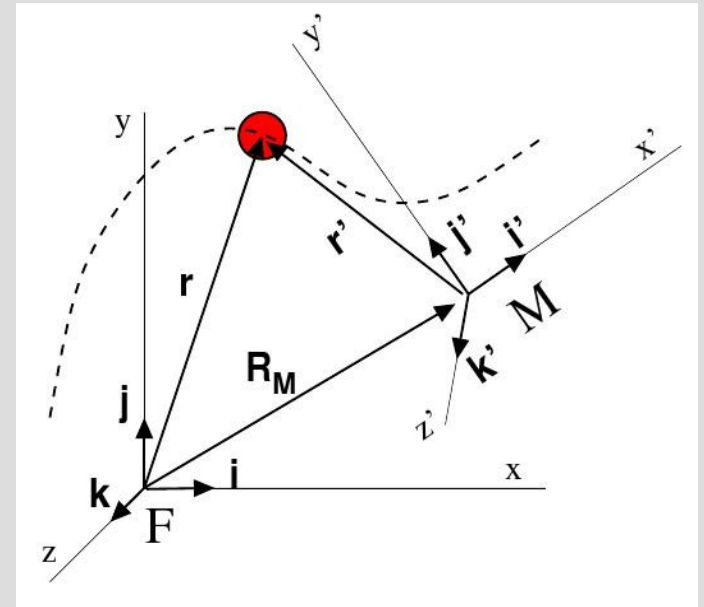
Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M



2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

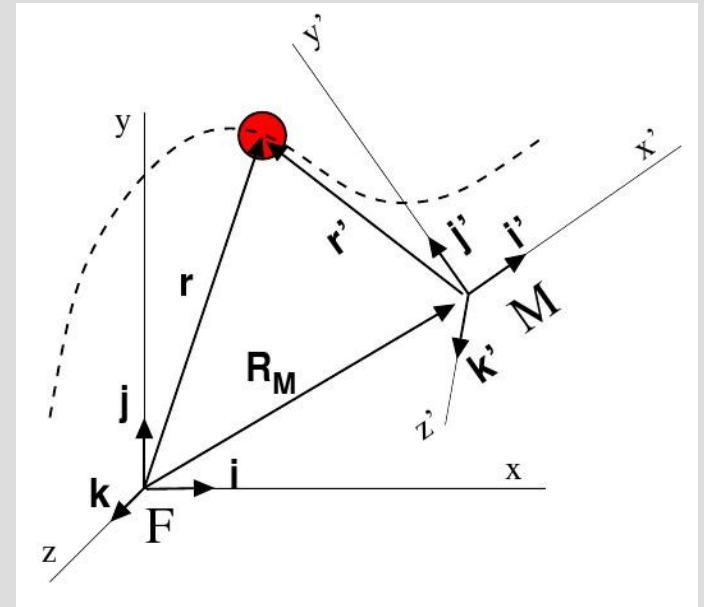


2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$



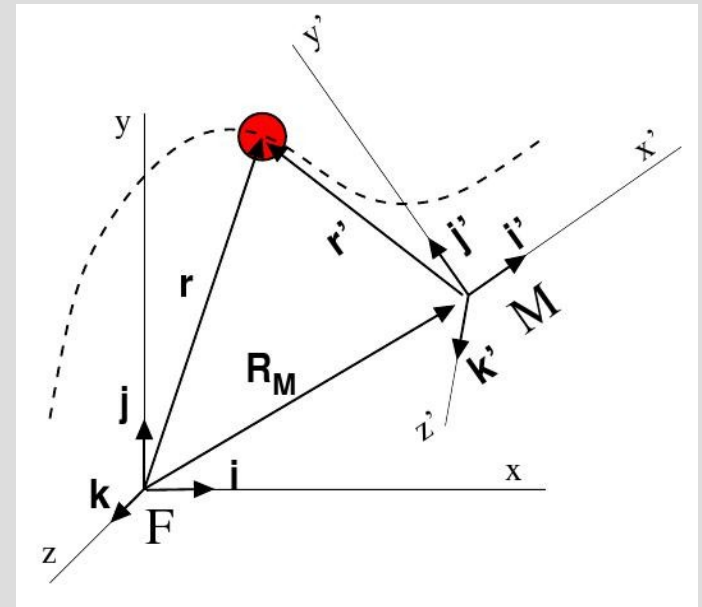
2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$

Relación entre \vec{v} y \vec{v}'



2.2. Movimiento relativo de rotación

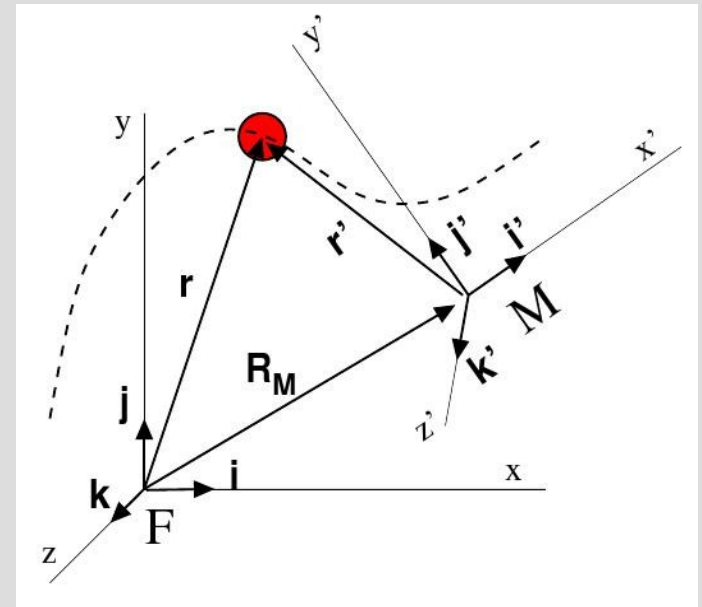
Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$

Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

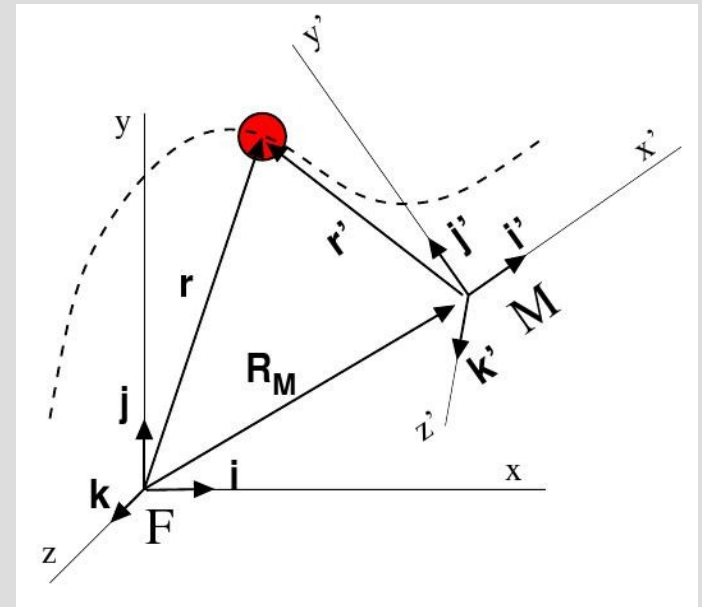
Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$

Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}') = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

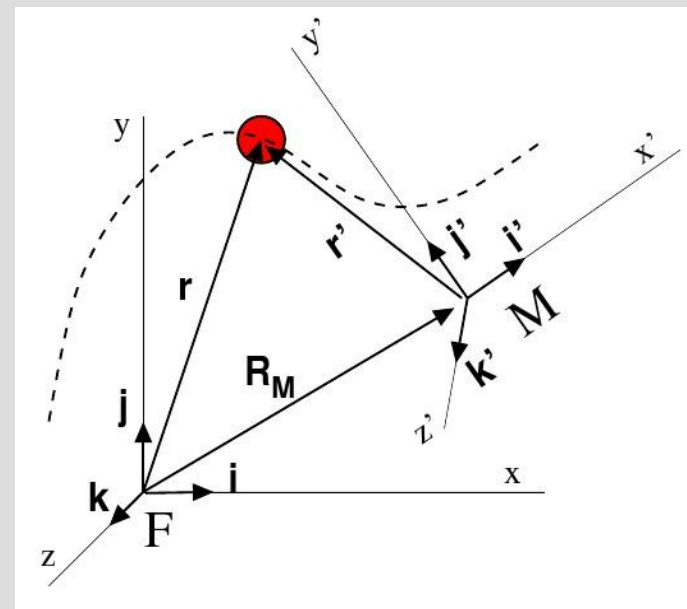


2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$



Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}') = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

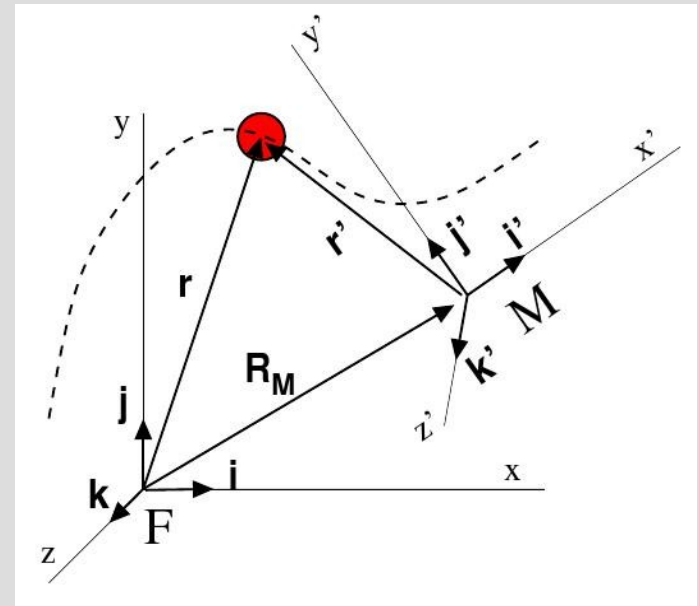
$$\left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathcal{O}$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$



Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}') = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

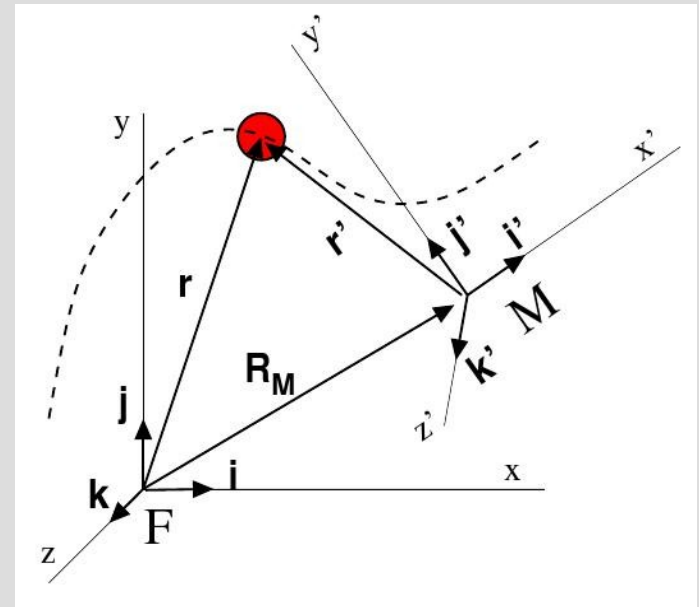
$$\left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathcal{O}$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$



Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}') = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

$$\left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathcal{O}$$

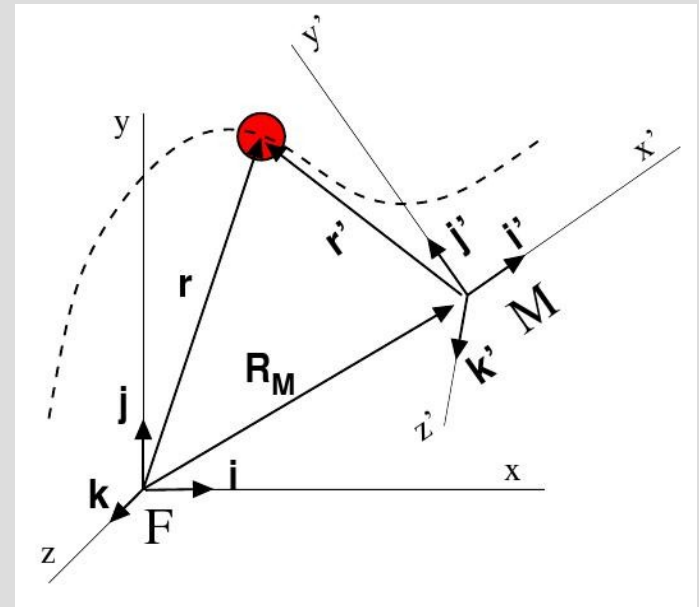
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$



Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}') = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

$$\left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathcal{O}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathcal{O}$$

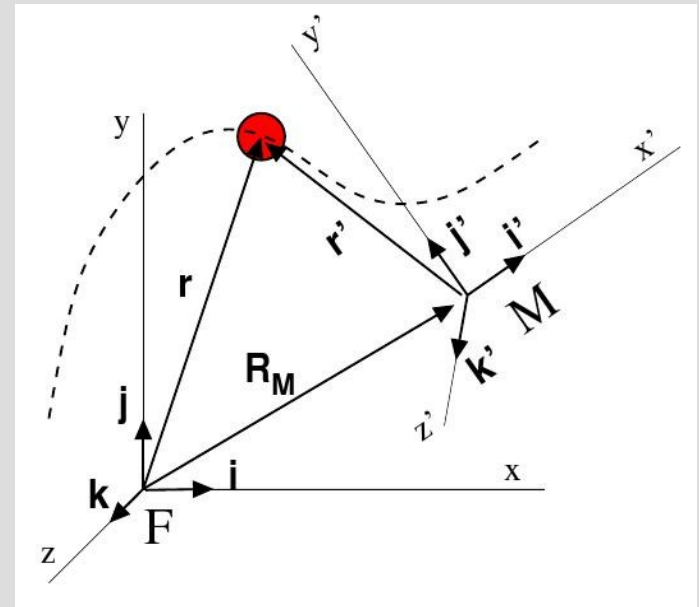
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{r} y \vec{r}'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}'$$



Relación entre \vec{v} y \vec{v}'

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}') = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

$$\vec{v} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_F = \vec{V}_M + \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

$$\left. \frac{d\bigcirc}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\bigcirc}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \bigcirc$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

\vec{V}_M ← Arrastre de traslación

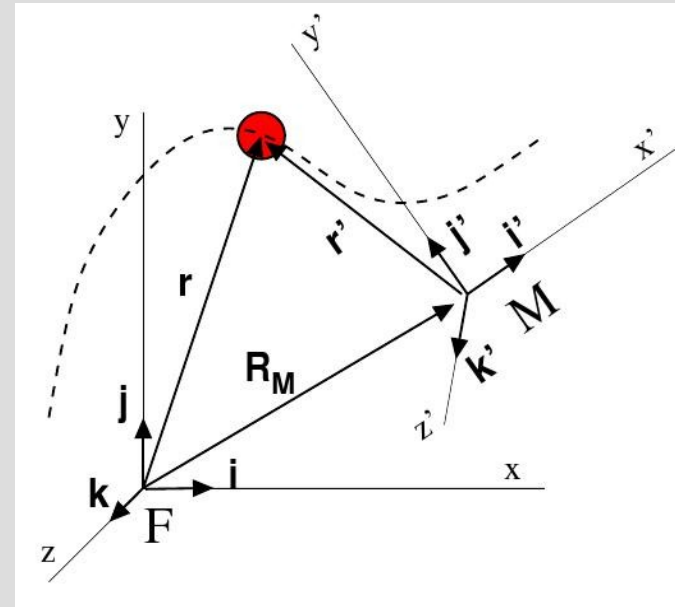
$\vec{\omega} \times \vec{r}'$ ← Arrastre de rotación

Velocidad de arrastre

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

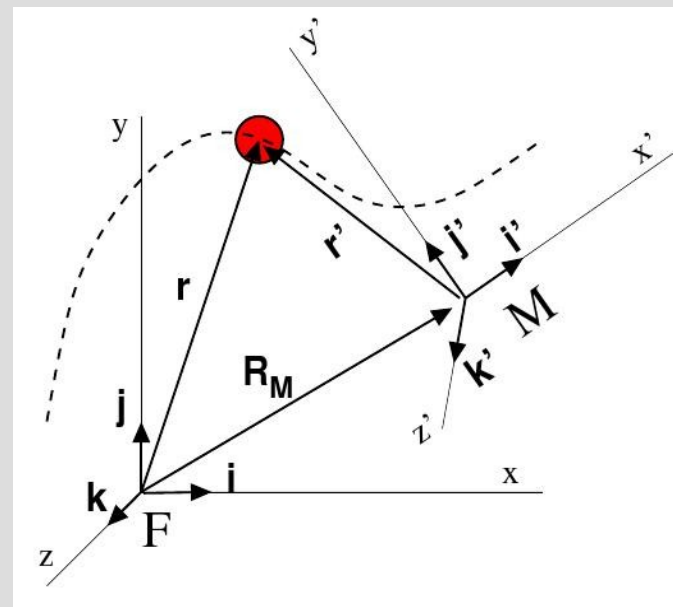


2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F$$

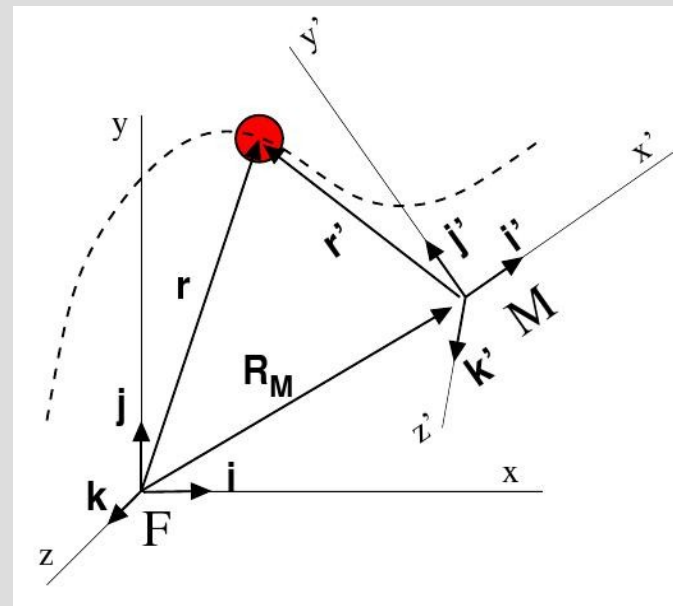


2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$



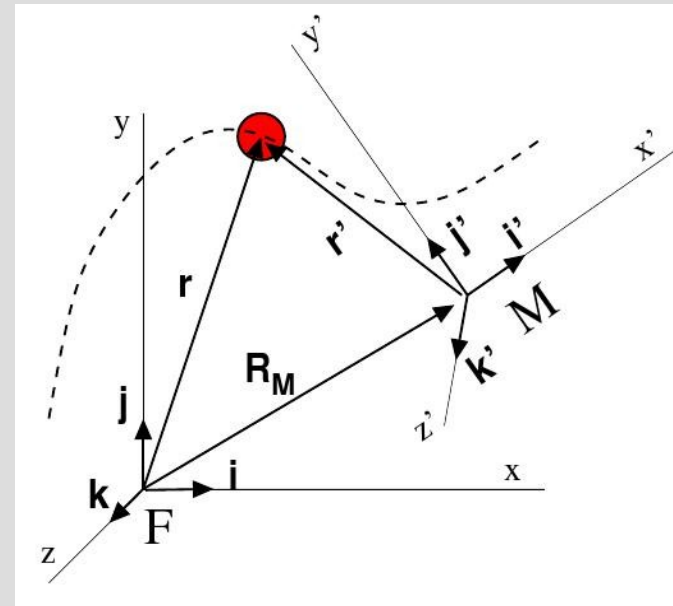
2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \left. \frac{d\vec{V}_M}{dt} \right|_F + \left. \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}')}{dt} \right|_F$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

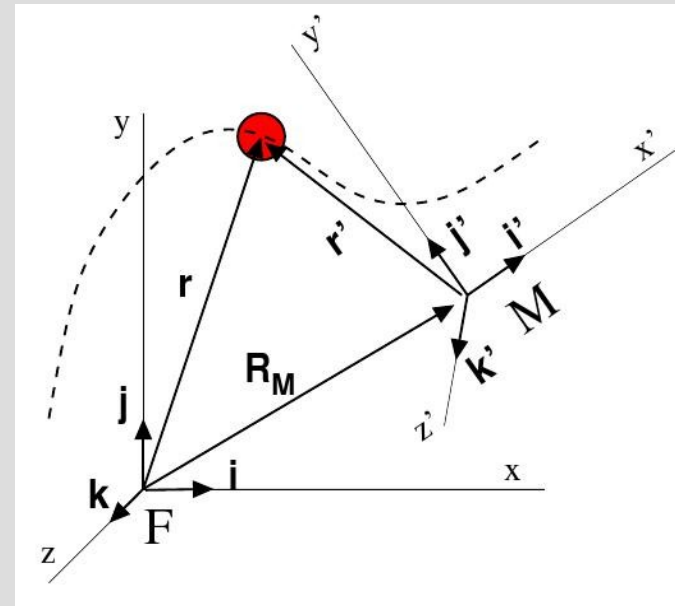
Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \left. \frac{d\vec{V}_M}{dt} \right|_F + \left. \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}')}{dt} \right|_F$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \vec{a}_M + \left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_F \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

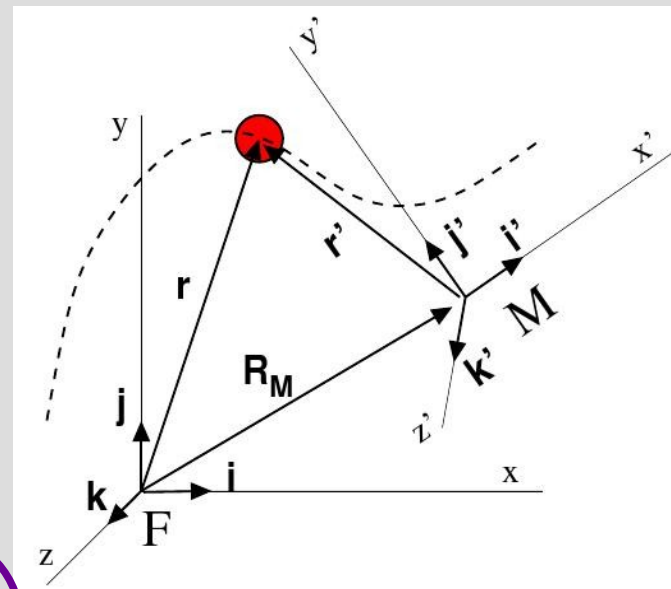
Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \left. \frac{d\vec{V}_M}{dt} \right|_F + \left. \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}')}{dt} \right|_F$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \vec{a}_M + \left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_F \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$



2.2. Movimiento relativo de rotación

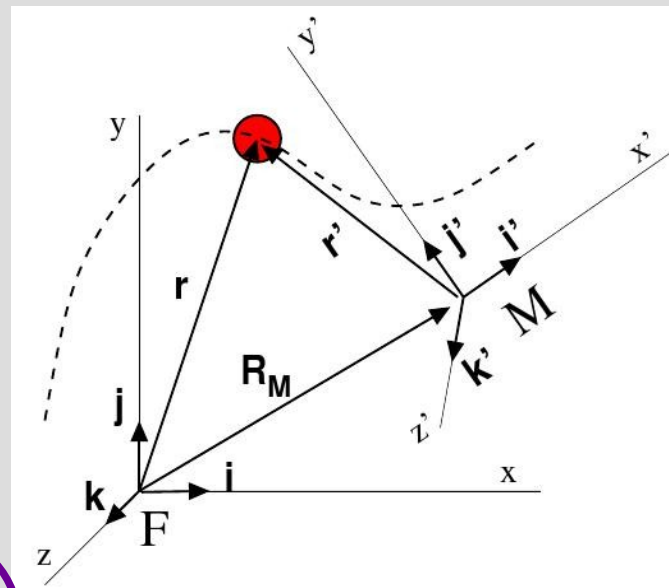
Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \left. \frac{d\vec{V}_M}{dt} \right|_F + \left. \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}')}{dt} \right|_F$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \vec{a}_M + \left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_F \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$



$$\left. \frac{d\mathbf{0}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathbf{0}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathbf{0}$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

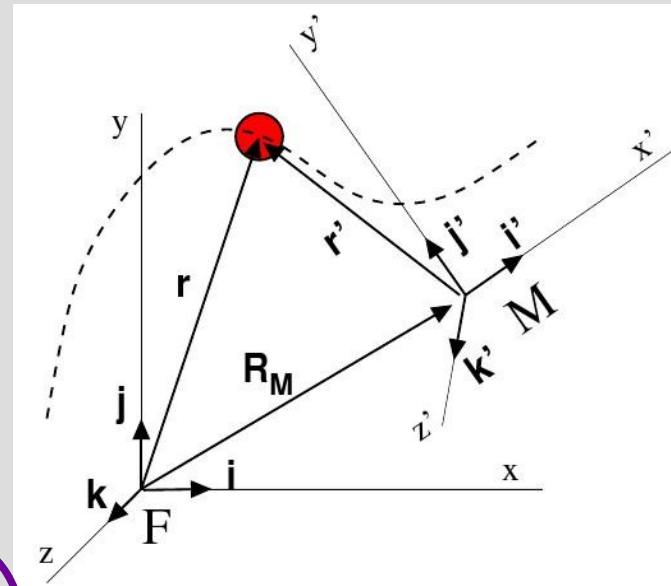
Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \left. \frac{d\vec{V}_M}{dt} \right|_F + \left. \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}')}{dt} \right|_F$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \vec{a}_M + \left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_F \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

Ejercicio



$$\left. \frac{d\mathbf{0}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathbf{0}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathbf{0}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_M + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{\alpha} \times \vec{r}'$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M

Relación entre \vec{a} y \vec{a}'

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d}{dt} \right|_F (\vec{v}' + \vec{V}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \left. \frac{d\vec{V}_M}{dt} \right|_F + \left. \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}')}{dt} \right|_F$$

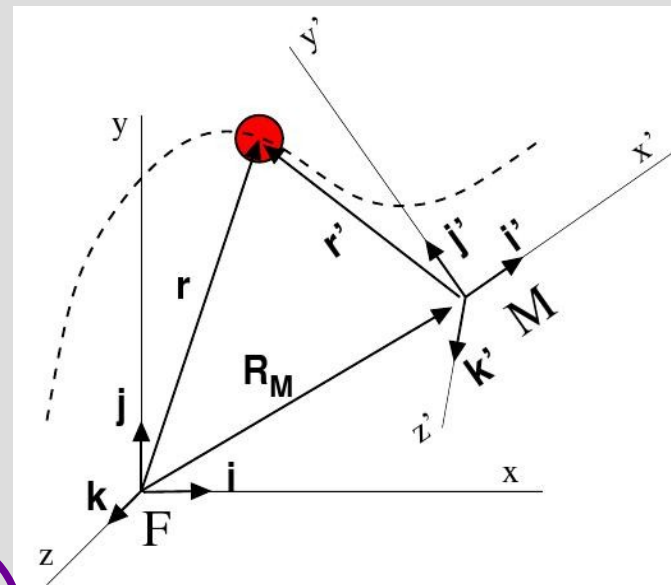
$$\vec{a} = \left. \frac{d\vec{v}'}{dt} \right|_F + \vec{a}_M + \left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_F \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right|_F$$

Ejercicio

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_M + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{\alpha} \times \vec{r}'$$

*Aceleración
complementaria
de Coriolis*

*Aceleración
centrípeta*



$$\left. \frac{d\mathbf{0}}{dt} \right|_F = \left. \frac{d\mathbf{0}}{dt} \right|_M + \vec{\omega} \times \mathbf{0}$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Caso particular: Si $\vec{\omega} = cte$ y podemos coger los sistemas F y M con origen común en todo momento

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_M + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{\alpha} \times \vec{r}'$$

2.2. Movimiento relativo de rotación


Caso particular: Si $\vec{\omega} = cte$ y podemos coger los sistemas F y M con origen común en todo momento

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_M + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{\alpha} \times \vec{r}'$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Caso particular: Si $\vec{\omega} = \text{cte}$ y podemos coger los sistemas F y M con origen común en todo momento

$$\vec{a} = \vec{a}' + \cancel{\vec{a}_M} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \cancel{\vec{\alpha} \times \vec{r}'}$$


$$\vec{a} = \vec{a}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

2.2. Movimiento relativo de rotación

Caso particular: Si $\vec{\omega} = \text{cte}$ y podemos coger los sistemas F y M con origen común en todo momento

$$\vec{a} = \vec{a}' + \cancel{\vec{a}_M} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \cancel{\vec{\alpha} \times \vec{r}'}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

Es la fórmula que aplicaremos en problemas y para el caso de la rotación de la tierra

2.2. Movimiento relativo de rotación

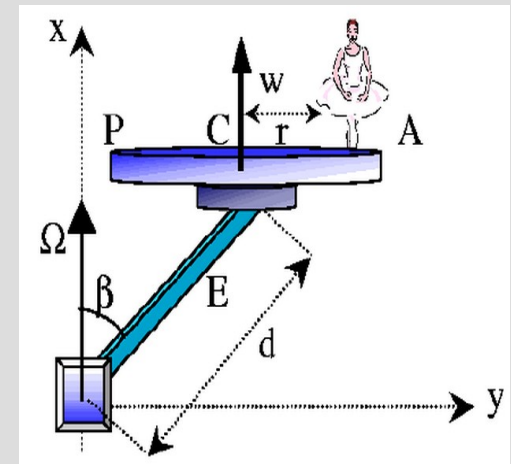
Caso particular: Si $\vec{\omega} = cte$ y podemos coger los sistemas F y M con origen común en todo momento

$$\vec{a} = \vec{a}' + \cancel{\vec{a}_M} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \cancel{\vec{\alpha} \times \vec{r}'}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

Es la fórmula que aplicaremos en problemas y para el caso de la rotación de la tierra

Ejercicio: Demostrar, utilizando el ejemplo de la figura, que obtenemos una expresión equivalente a la anterior si planteamos el problema tomando $O'=C$ y suponiendo que C realiza una rotación con vector velocidad angular $\vec{\Omega} = cte$ respecto de O .



2.2. Movimiento relativo de rotación

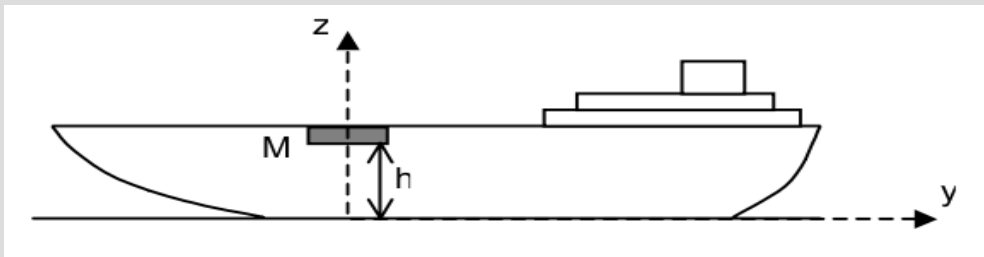
Ejercicio 2.3: Calcular el módulo de la velocidad y de la aceleración de las partículas de agua en el interior del tubo de un aspersor a 4cm del eje de rotación, si respecto del tubo se mueven a 2m/s y éste gira a 16π rad/s

Solución: $v = 2.83 \text{ m/s}$ $a = 225 \text{ m/s}^2$



Ejercicio 2.4: El montacargas M de un petrolero sube con una velocidad $v_M = 1 \text{ m/s}$ y frena con una aceleración $a_M = 0.5 \text{ m/s}^2$ mientras el barco se encuentra anclado frente a un puerto. El barco presenta un balanceo de velocidad angular $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ alrededor del eje 'y' representado. Determinar la velocidad y la aceleración absolutas del montacargas en el instante representado (en el cual la distancia $h = 15 \text{ m}$ coincide con la vertical).

Solución:



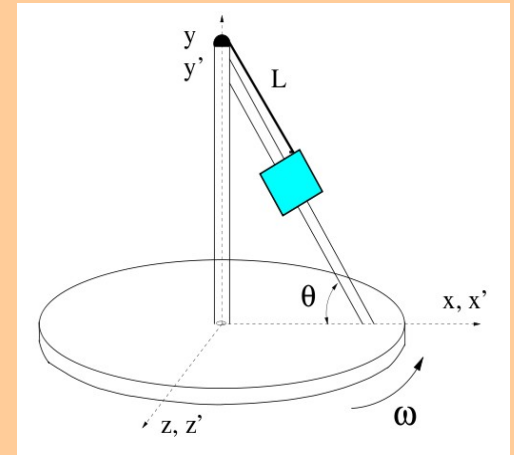
('Laboratorio virtual': <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/coriolis1/coriolis1.htm>)

Cuestiones

1. Si $\vec{r}(t) = A \cos(3t^2 - 2) \vec{i} - 15t \vec{j}$ y $\vec{r}'(t) = (A \cos(3t^2 - 2) + 12t) \vec{i} - (15t - 6) \vec{j}$ son los vectores posición de una partícula descritos respecto de dos sistemas de referencia O y O' respectivamente, podemos afirmar que O' realiza una traslación uniforme respecto de O.
2. El módulo de la velocidad de una barca que atraviesa un río medido respecto de la orilla puede ser mayor en algunos casos que el medido respecto del agua del río.
3. Una partícula realiza un MRUA en la dirección vertical respecto de un sistema fijo. El movimiento descrito desde un sistema que se desplaza con velocidad constante respecto del primero a lo largo de una dirección horizontal, será un movimiento parabólico.0
4. La aceleración de Coriolis de una partícula que se desplaza en un sistema móvil en rotación, paralelamente al eje de rotación de éste, es nula.
5. El término de aceleración $\omega \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ que aparece en los sistemas de referencia con movimiento relativo de rotación, es nulo si la partícula está en reposo en el sistema móvil.
6. Si una barca atraviesa un río perpendicularmente a la orilla, lo hará en el mínimo tiempo posible.
7. En un sistema de referencia con movimiento de rotación, $2 \vec{\omega} \times \vec{v}'$ es la aceleración tangencial de la partícula.
8. Una partícula está en reposo en un sistema de referencia fijo. La velocidad de esta partícula respecto de un sistema con rotación uniforme $\vec{\omega}$ respecto del sistema fijo, es perpendicular al vector $\vec{\omega}$

Lección 2. Movimiento relativo

Problema: Una partícula se encuentra en una guía inclinada un ángulo $\theta=60^\circ$, ligada por una cuerda de longitud $L=40$ cm como muestra la figura. La plataforma donde se encuentra la guía gira con velocidad angular constante $\omega=\pi$ rad/s. Suponiendo que en el instante representado empieza a actuar un mecanismo que desarrolla la cuerda y hace que la partícula baje por la guía con velocidad constante $v=0.5$ m/s, determinar:



- Esquema de la trayectoria del movimiento que realizará la partícula y tiempo que tardará en encontrarse de nuevo en el plano x, y representado. (2p)
- Valor de la aceleración absoluta al instante representado. (2p)

NOTA: Resolver el problema algebraicamente y sustituir los valores numéricos sólo al final.