Física I

(Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales)

TEMA 1:

CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

Parte de las figuras cedidas por W.H. Freeman/Worth, pertenecientes al libro "Física, 4a. Ed.", P.A. Tipler, Ed. Reverté

Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Valles (ETSEIAT)

Tema 1: Cinemática de la partícula

Lección 1. Cinemática de la partícula

1.1. Conceptos básicos.
(*r, v*, *a, trayectoria*)
1.2 Movimiento rectilíneo uniforme
y uniformemente acelerado
1.3 Movimiento rectilíneo con
aceleración no constante
1.4 Movimiento curvilíneo.
Componentes intrínsecas de la ac.
1.5 Coordenadas polares planas de
la velocidad y la aceleración
1.6 Movimiento plano con a constante
1.7 Movimiento circular
1.8 Movimientos no planos

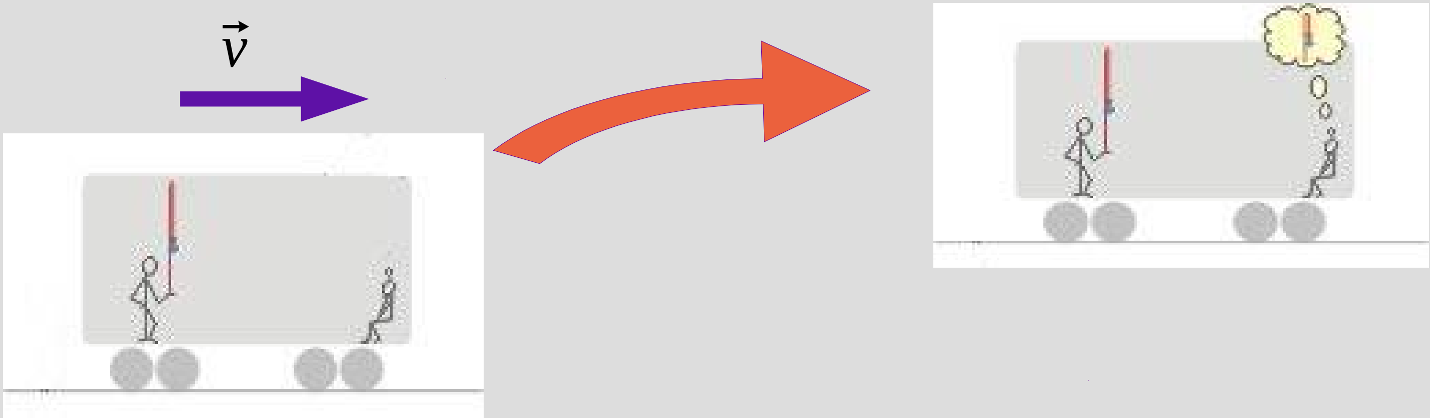
Leccion 2. Sistemas de referencia en movimiento relativo.

2.1 Mov. Relativo de traslación uniforme
2.2 Mov. Relativo de rotación

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

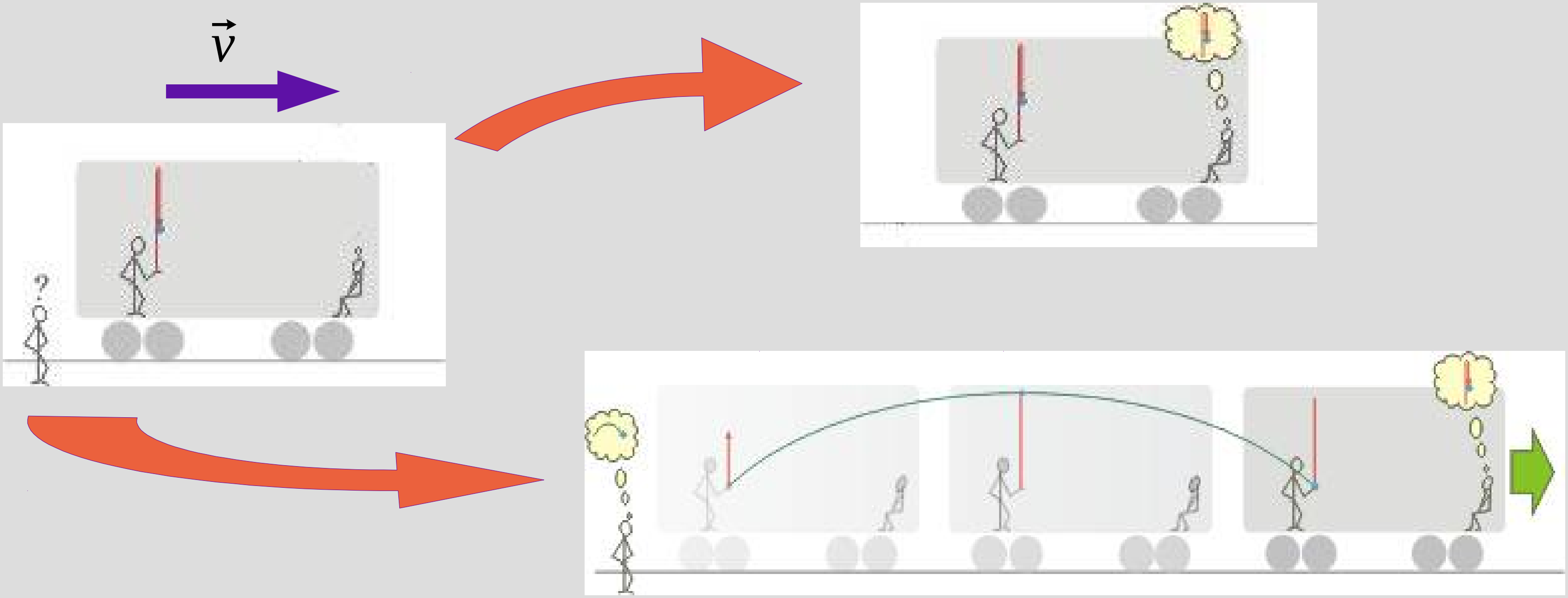
***Ejemplo**: tren en movimiento uniforme*



2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

La descripción del movimiento de una partícula depende (evidentemente) del sistema de referencia utilizado.

***Ejemplo**: tren en movimiento uniforme*



Queremos encontrar cómo cambian las ecuaciones del movimiento cuando los sistemas de referencia están en movimiento relativo

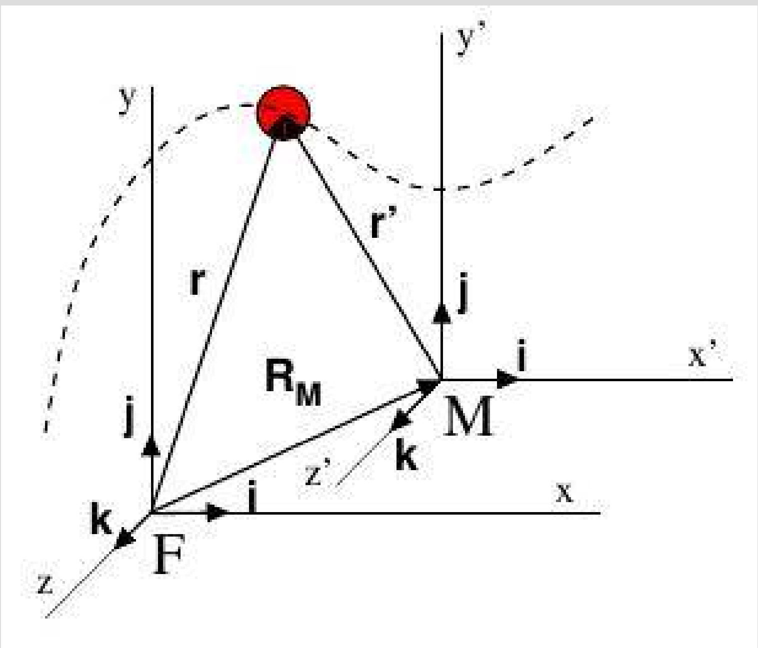
2.1. Movimiento relativo de traslación u

$\vec{R}_M$, $\vec{V}_M$
Posición y velocidad del origen de M respecto de F

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas fijo F ($\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$) y móvil M ($\vec{r}\,'$, $\vec{v}\,'$, $\vec{a}\,'$)

M se mueve con v=cte respecto de F

$$\vec{V}_M = cte \rightarrow \vec{R}_M = \int \vec{V}_M dt \rightarrow \boxed{\vec{R}_M = \vec{V}_M t + \vec{R}_0}$$



Relación entre r y r'

$$\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}\,' \rightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{R}_0 + \vec{r}\,'}$$

Relación entre v

$\vec{r}\,'$, $\vec{v}\,'$, $\vec{a}\,'$
Posición y vel. y ac. de la partícula respecto de M

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{R}_M + \vec{r}\,') \quad \boxed{\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}\,'}$$

Relación entre a y a'

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{V}_M + \vec{v}\,') \quad \boxed{\vec{a} = \vec{a}\,'}$$

Transformaciones de Galileo

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Trabajar en componentes con las transformaciones de Galileo:

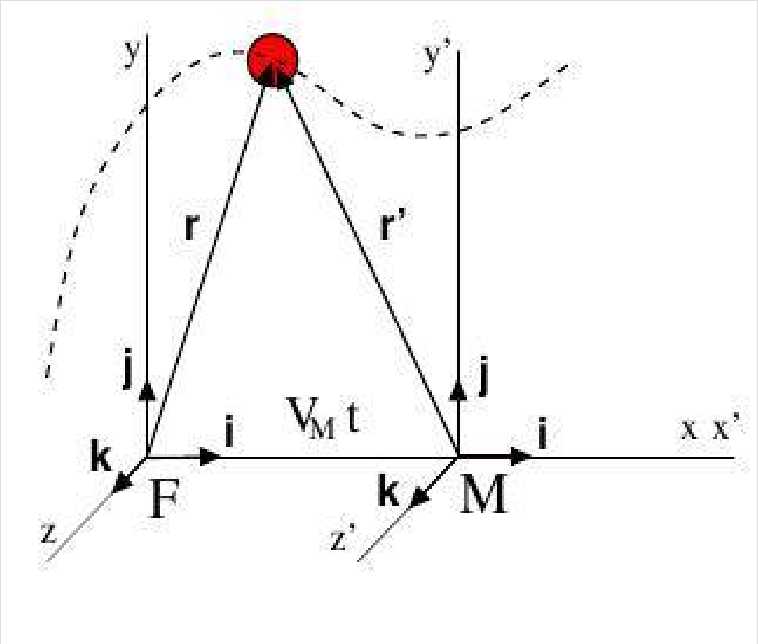
Tomaremos $\vec{V}_M$ *a lo largo de un eje*

$$\vec{V}_M = V_M \vec{i}$$

$$\vec{r} = \vec{V}_M t + \vec{r}\,'$$

$$\vec{v} = \vec{V}_M + \vec{v}\,'$$

$$\vec{a} = \vec{a}\,'$$



$$x = V_M t + x' \qquad y = y \qquad z = z'$$

$$v_x = V_M + v'_x \qquad v_y = v'_y \qquad v_z = v'_z$$

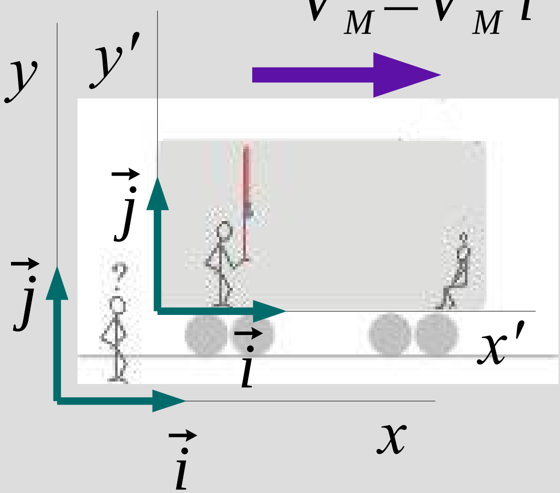
$$a_x = a'_x \qquad a_y = a'_y \qquad a_z = a'_z$$

Transformaciones de Galileo en componentes

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: *un hombre lanza verticalmente una pelota dentro de un tren que se mueve a velocidad constante. ¿Qué movimiento realizará la pelota vista desde el andén de la estación?*

$$\vec{V}_M = V_M \vec{i}$$



$$x' = cte \qquad y' = \frac{-g}{2} t^2 + v_{0y} t$$

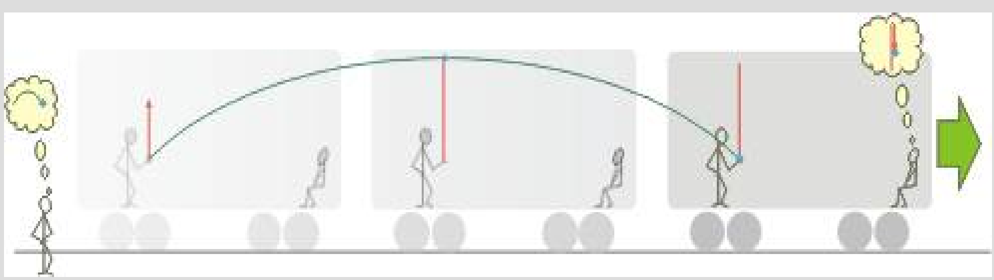
$$v'_x = 0 \qquad v'_y = -g t + v_{0y}$$

$$a'_y = -g$$

$$x = V_M t + x' \qquad y = y'$$

$$v_x = V_M + v'_x \qquad v_y = v'_y$$

$$a_x = a'_x \qquad a_y = a'_y$$



$$x = V_M t + cte \qquad y = \frac{-g}{2} t^2 + v_{0y} t$$

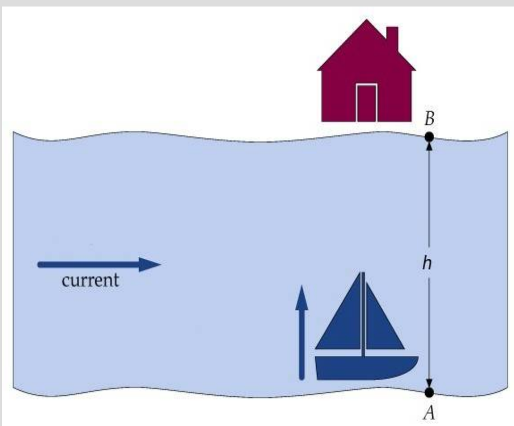
$$v_x = V_M \qquad v_y = -g t + v_{0y}$$

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

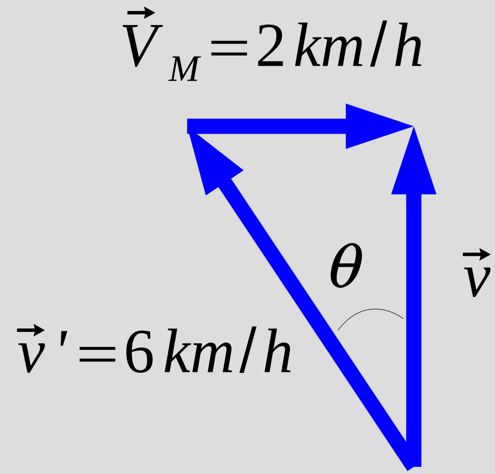
Ecuaciones del mov. parabólico

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejemplo: *queremos atravesar perpendicularmente un río de anchura h=76 m entre A y B con una barca que desarrolla una velocidad máxima de v=6 km/h. Si la corriente del río es de 2 km/h, determinar el ángulo con el que se debe dirigir la barca y el tiempo que empleará en atravesar el río.*



$$\boxed{\vec{v}=\vec{V}_M+\vec{v}\,'}$$



$$\sin(\theta)=\frac{V_M}{v'}=\frac{2}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{\theta=19.5^{\circ}}$$

$$v=v'\cos(\theta)=5.66\,km/h=1.56\,m/s$$

$$\boxed{t=\frac{h}{v}=\frac{76}{1.56}=48.4\,s}$$

2.1. Movimiento relativo de traslación uniforme

Ejercicio 2.1: *Un hombre viaja en una avioneta a una velocidad de 400km/h y dirección norte respecto del suelo. Al sobrevolar una carretera cuya dirección es este-oeste, ve pasar un automóvil que viaja hacia el este a 90km/h respecto del suelo. Desde el punto de vista del piloto de la avioneta, ¿qué ángulo formará la velocidad del coche con la dirección norte-sur?*

Solución:
12.68º

Ejercicio 2.2: *Un avión se mueve hacia el norte respecto del suelo. Si el avión desarrolla una velocidad de 800km/h respecto del aire y el viento sopla a 80Km/h en dirección N-W a S-E formando un ángulo Θ=45º con la dirección norte, determinar:*

a) Ángulo con respecto la dirección norte con el que el piloto debe dirigir el avión para volar hacia el norte.

b) Módulo de la velocidad del avión respecto del suelo.

Solución:
4.05º
741 km/h

('Laboratorio virtual': http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/relativo/relativo.htm)

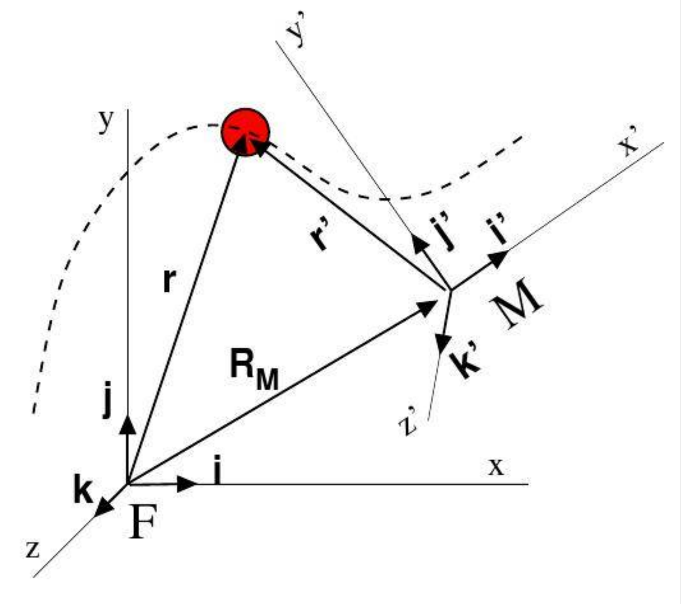
2.2. Movimiento relativo de rotación

Operador 'derivada en base móvil'

M realiza una rotación respecto de F con vector vel. angular $\vec{\omega}$

Ahora los vectores de cada base ya no son iguales.

$\vec{i}\,',\ \vec{j}\,'\ y\ \vec{k}\,'$ ⟺ Van cambiando vistos desde F



Derivar un vector en la base F o M ya no es lo mismo:

$\vec{r}\,'$ *Expresado en la base M*

$$\vec{r}\,' = x'\vec{i}\,' + y'\vec{j}\,' + z'\vec{k}\,'$$

$$\vec{v}\,' = \left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_M = \frac{dx'}{dt}\vec{i}\,' + \frac{dy'}{dt}\vec{j}\,' + \frac{dz'}{dt}\vec{k}\,'$$

$$\frac{d\vec{k}\,'}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{k}\,'$$

$$\left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_F = \frac{dx'}{dt}\vec{i}\,' + \frac{dy'}{dt}\vec{j}\,' + \frac{dz'}{dt}\vec{k}\,' + x'\frac{d\vec{i}\,'}{dt} + y'\frac{d\vec{j}\,'}{dt} + z'\frac{d\vec{k}\,'}{dt}$$

$$\left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_F = \left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_M + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$$

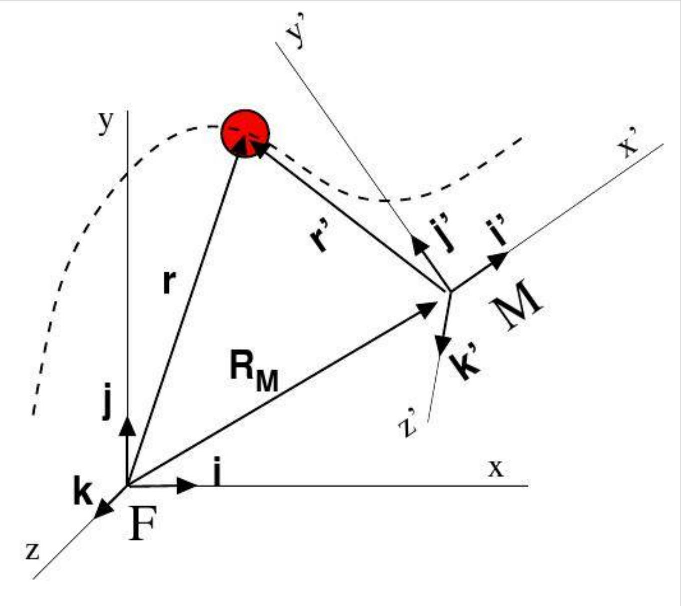
$$\boxed{\left.\frac{d\bigcirc}{dt}\right|_F = \left.\frac{d\bigcirc}{dt}\right|_M + \vec{\omega}\times\bigcirc}$$

Operador derivada en base móvil

(http://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Coriolis)

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M



Relación entre $\vec{r}$ y $\vec{r}\,'$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{R}_M + \vec{r}\,'}$$

Relación entre $\vec{v}$ y $\vec{v}\,'$

$$\vec{v} = \left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_F = \left.\frac{d}{dt}\right|_F (\vec{R}_M + \vec{r}\,') = \vec{V}_M + \left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_F$$

$$\left.\frac{d\,\bigcirc}{dt}\right|_F = \left.\frac{d\,\bigcirc}{dt}\right|_M + \vec{\omega}\times\bigcirc$$

$$\vec{v} = \left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_F = \vec{V}_M + \boxed{\left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_M + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'}$$

$\vec{V}_M$ *Velocidad del origen de M respecto de F*

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{V}_M + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'}$$

$\vec{V}_M$ ⟸ *Arrastre de traslación*

$\vec{\omega}\times\vec{r}\,'$ ⟸ *Arrastre de rotación*

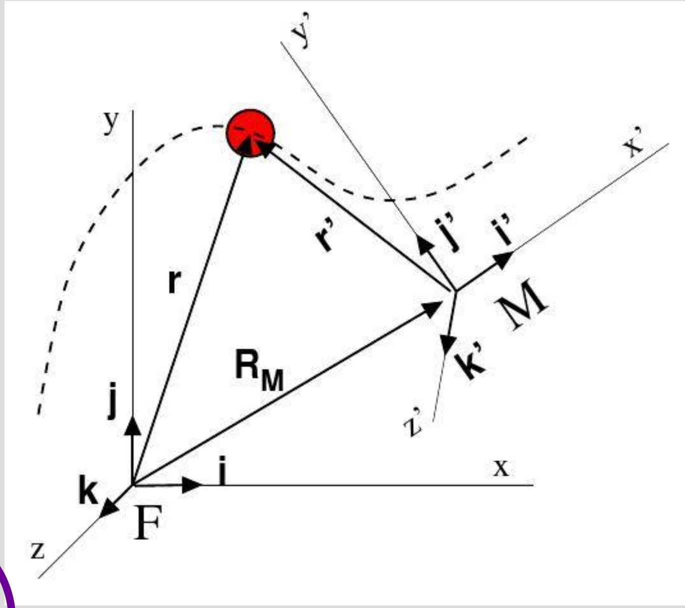
$\vec{\omega}$ *Velocidad angular de M respecto de F*

Velocidad de arrastre

$\vec{r}\,'$, $\vec{v}\,'$ *Posición y vel de la partícula respecto de M*

2.2. Movimiento relativo de rotación

Relación entre las ecuaciones del movimiento en los sistemas F y M



Relación entre $\vec{a}$ y $\vec{a}\,'$

$$\vec{a}=\left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right|_F=\left.\frac{d}{dt}\right|_F(\vec{v}\,'+\vec{V}_M+\vec{\omega}\times\vec{r}\,')$$

$$\vec{a}=\left.\frac{d\vec{v}\,'}{dt}\right|_F+\left.\frac{d\vec{V}_M}{dt}\right|_F+\left.\frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')}{dt}\right|_F$$

$$\vec{a}=\left.\frac{d\vec{v}\,'}{dt}\right|_F+\vec{a}_M+\left.\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right|_F\times\vec{r}\,'+\vec{\omega}\times\left.\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right|_F$$

$$\left.\frac{dO}{dt}\right|_F=\left.\frac{dO}{dt}\right|_M+\vec{\omega}\times O$$

Ejercicio
(2.3-2.4)

$\vec{a}_M$ *Aceleración del origen de M respecto de F*

$\vec{\omega}$ *Velocidad angular de M respecto de F*

$$\boxed{\vec{a}=\vec{a}\,'+\vec{a}_M+2\vec{\omega}\times\vec{v}\,'+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')+\vec{\alpha}\times\vec{r}\,'}$$

Aceleración complementaria de Coriolis

Aceleración centrípeta

$\vec{r}\,'$, $\vec{v}\,'$, $\vec{a}\,'$
Posición y vel. y ac. de la partícula respecto de M

2.2. Movimiento relativo de rotación

Caso particular: Si $\vec{\omega} = cte$:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,' + \cancel{\vec{a}_M} + 2\vec{\omega}\times\vec{v}\,' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,') + \cancel{\vec{\alpha}\times\vec{r}\,'}}$$

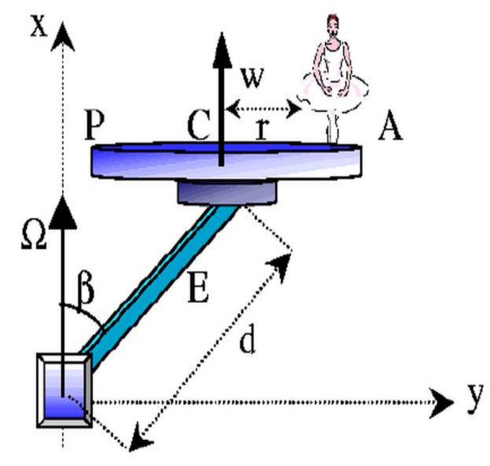
$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_M + 2\vec{\omega}\times\vec{v}\,' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')}$$

y si podemos coger los sistemas F y M con origen común:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,' + 2\vec{\omega}\times\vec{v}\,' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')}$$

Estas son las fórmulas que aplicaremos en problemas y para el caso de la rotación de la tierra

Ejercicio: Demostrar, utilizando el ejemplo de la figura, que las dos expresiones anteriores son equivalentes si planteamos el problema tomando origen en O'=C y O'=O.



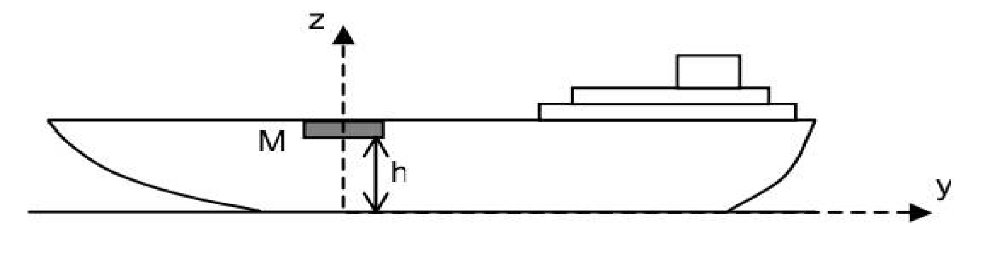
Indicación: *evaluar* $\vec{a}_M + \vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r}\,')$ *teniendo en cuenta que* $\vec{a}_M = \vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{R}_C)$ *en la rotación de C respecto de O*

2.2. Movimiento relativo de rotación

Ejercicio 2.5: Calcular el módulo de la velocidad y de la aceleración de las partículas de agua en el interior del tubo de un aspersor a 4cm del eje de rotación, si respecto del tubo se mueven a 2m/s y éste gira a 16π rad/s

Solución: $v = 2.83\ m/s$ $\quad a = 225\ m/s^2$

Ejercicio 2.6: El montacargas M de un petrolero sube con una velocidad v_M=1 m/s y frena con una aceleración a_M=0.5 m/s^2 mientras el barco se encuentra anclado frente a un puerto. El barco presenta un balanceo de velocidad angular ω=0.5 rad/s alrededor del eje 'y ' representado. Determinar la velocidad y la aceleración absolutas del montacargas en el instante representado (en el cual la distancia h=15m coincide con la vertical).



Solución:
$v = 7.57\ m/s$
$a = 4.37\ m/s^2$

$$\left(\vec{a} = 2\,\omega\, v_M\ \vec{i} - \left(a_M + w^2 h\right)\vec{k}\right)$$

('Laboratorio virtual': http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/coriolis1/coriolis1.htm)

Cuestiones

1. Si $\vec{r}(t)=A\cos(3t^2-2)\vec{i}-15t\vec{j}$ y $\vec{r}\,'(t)=(A\cos(3t^2-2)+12t)\vec{i}-(15t-6)\vec{j}$ son los vectores posición de una partícula descritos respecto de dos sistemas de referencia O y O' respectivamente, podemos afirmar que O' realiza una traslación uniforme respecto de O.

2. El módulo de la velocidad de una barca que atraviesa un río medido respecto de la orilla puede ser mayor en algunos casos que el medido respecto del agua del río.

3. Una partícula realiza un MRUA en la dirección vertical respecto de un sistema fijo. El movimiento descrito desde un sistema que se desplaza con velocidad constante respecto del primero a lo largo de una dirección horizontal, será un movimiento parabólico.0

4. La aceleración de Coriolis de una partícula que se desplaza en un sistema móvil en rotación, paralelamente al eje de rotación de éste, es nula.

5. El término de aceleración $\omega\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')$ que aparece en los sistemas de referencia con movimiento relativo de rotación, es nulo si la partícula está en reposo en el sistema móvil.

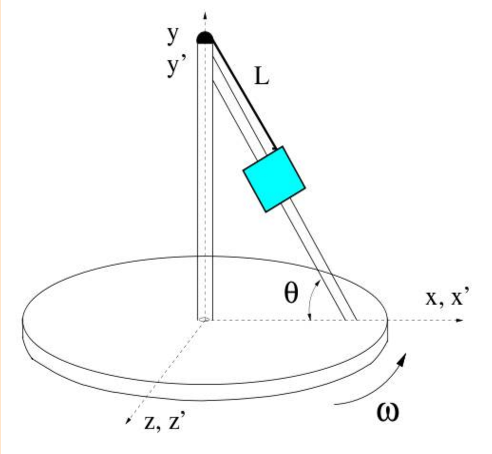
6. Si una barca atraviesa un río perpendicularmente a la orilla, lo hará en el mínimo tiempo posible.

7. En un sistema de referencia con movimiento de rotación, $2\,\vec{\omega}\times\vec{v}\,'$ es la aceleración tangencial de la partícula.

8. Una partícula está en reposo en un sistema de referencia fijo. La velocidad de esta partícula respecto de un sistema con rotación uniforme $\vec{\omega}$ respecto del sistema fijo, es perpendicular al vector $\vec{\omega}$

Leccion 2. Movimiento relativo

Problema: Una partícula se encuentra en una guía inclinada un ángulo θ=60º, ligada por una cuerda de longitud L=40 cm como muestra la figura. La plataforma donde se encuentra la guía gira con velocidad angular constante $\omega=\pi$ rad/s. Suponiendo que en el instante representado empieza a actuar un mecanismo que desarrolla la cuerda y hace que la partícula baje por la guía con velocidad constante v=0.5 m/s, determinar:



a) Esquema de la trayectoria del movimiento que realizará la partícula y tiempo que tardará en encontrarse de nuevo en el plano x,y representado. (2p)

b) Valor de la aceleración absoluta al instante representado. (2p)

NOTA: Resolver el problema algebraicamente y sustituir los valores numéricos sólo al final.